

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Специальная теория относительности и закон сохранения импульса

В.Н. Кочетков

В статье делается попытка использования закона сохранения импульса замкнутой системы для определения значений постоянных величин в двух возможных вариантах преобразования координат и времени в инерциальных системах отсчета.

PACS number: 03.30.+p

Содержание

- 1. Введение (2).**
- 2. Специальная теория относительности в общем виде (2).**
- 3. Уравнение связи для коэффициентов пропорциональности (6).**
- 4. Определение особой скорости (8).**
- 5. Основные кинематические уравнения для значений коэффициента пропорциональности γ_v в диапазонах $\gamma_v > 1$ и $0 < \gamma_v < 1$ (9).**
- 6. Зависимости массы, импульса и кинетической энергии движущегося тела от скорости (17).**
- 7. Определение значений постоянных величин c_1 и c_2 (31).**

8. Оценка величин импульсов в примере 3 (44).**9. Заключение (66).****Список литературы (67).****1. Введение**

Специальную теорию относительности можно разделить на релятивистскую кинематику и релятивистскую динамику. Релятивистская кинематика, опирающаяся на симметрию пространства и времени [1], [2], [3], [4], [5], принцип относительности и принцип инвариантности скорости света [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], позволяет в инерциальных системах отсчета установить связи между координатами и временем (преобразования Лоренца), скоростями (преобразования скоростей) и ускорениями (преобразования ускорений). Релятивистская динамика, основываясь на обязательности выполнения законов сохранения импульса, момента импульса и энергии замкнутой системы [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23] в инерциальных системах отсчета, устанавливает зависимости массы, импульса и энергии точечного материального тела от скорости его движения. Однако, при проведении экспериментов [24] и в результате анализа результатов наблюдения [25], [26] были отмечены несоответствия фактических результатов выводам специальной теории относительности. Чтобы разобраться в причине, вызвавшей отклонения, можно по аналогии с [4] рассмотреть специальную теорию относительности в общем виде при менее жестких условиях - без использования принципа инвариантности скорости света.

2. Специальная теория относительности в общем виде

Предположим, что пространство однородно и изотропно, а время однородно (т.е. имеется симметрия пространства и времени).

При рассмотрении будем использовать только принцип относительности, утверждающий, что в любых инерциальных системах

отсчета все физические явления при одних и тех же условиях протекают одинаково.

Допустим, что имеются две инерциальные системы отсчета, изображенные на рис. 1, неподвижная $O_1x_1y_1z_1$ и подвижная $O_2x_2y_2z_2$, у которых:

- сходные оси декартовых координат систем $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$ попарно параллельны и одинаково направлены;

- система $O_2x_2y_2z_2$ движется относительно системы $O_1x_1y_1z_1$ с постоянной скоростью V вдоль оси O_1x_1 ;

- в качестве начала отсчета времени ($t_1=0$ и $t_2=0$) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O_1 и O_2 этих систем совпадают.

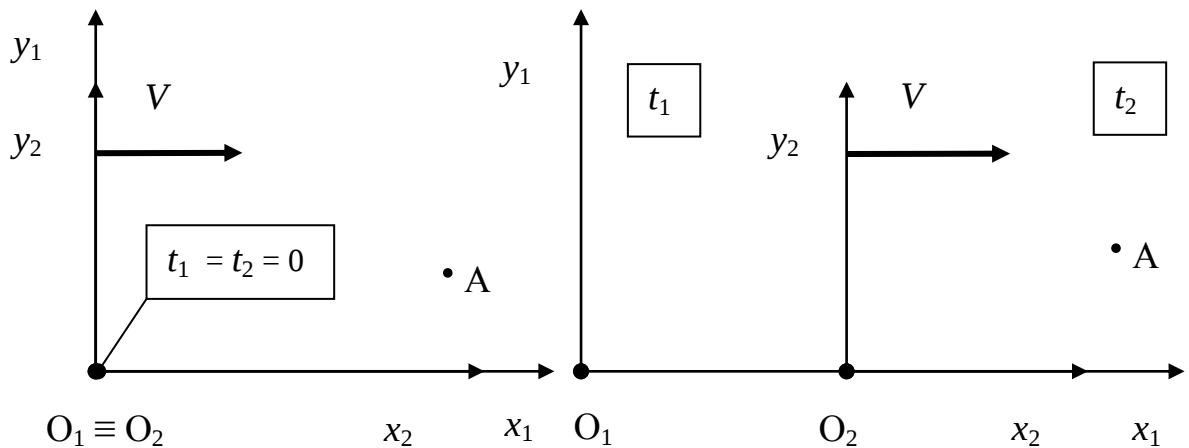


Рис. 1

Использование принципа относительности и симметрии пространства и времени по аналогии с [27], [8], [9], [10], [18] позволяет получить связь между координатами x_1, y_1, z_1 положения точки A в момент времени t_1 в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами x_2, y_2, z_2 положения этой же точки A в подвижной инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_1 = \gamma_V \cdot [x_2 + (V \cdot t_2)] \quad (1)$$

$$x_2 = \gamma_V \cdot [x_1 - (V \cdot t_1)] \quad (2)$$

$$y_1 = y_2 \quad (3)$$

$$z_1 = z_2 \quad (4)$$

где: γ_V - коэффициент пропорциональности (перехода), предположительно являющийся функцией скорости V .

Из формул (1) и (2) можно записать зависимость для значений времен t_1 и t_2 :

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_2}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \quad (5)$$

$$t_2 = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot x_1}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_1) \quad (6)$$

Дифференцируя уравнения (1)-(6), можно получить связь между проекциями v_{x1} , v_{y1} и v_{z1} на оси декартовых координат скорости движения точки в момент времени t_1 в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и аналогичными проекциями v_{x2} , v_{y2} и v_{z2} скорости этой же точки в подвижной инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{x1} = \frac{v_{x2} + V}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (7)$$

$$v_{x2} = \frac{v_{x1} - V}{\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (8)$$

$$v_{y1} = \frac{v_{y2}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (9)$$

$$v_{y2} = \frac{v_{y1}}{\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (10)$$

$$v_{z1} = \frac{v_{z2}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (11)$$

$$v_{z2} = \frac{v_{z1}}{\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (12)$$

А дифференцирование уравнений (7)-(12) и (5)-(6) позволит записать связь между проекциями a_{x1} , a_{y1} и a_{z1} на оси декартовых координат ускорения точки в момент времени t_1 в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и аналогичными проекциями a_{x2} , a_{y2} и a_{z2} ускорения этой же точки в подвижной инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$a_{x1} = \frac{a_{x2}}{\gamma_V^3 \cdot \left[\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1 \right]^3} \quad (13)$$

$$a_{x2} = \frac{a_{x1}}{\gamma_V^3 \cdot \left[\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1 \right]^3} \quad (14)$$

$$a_{y1} = \frac{\left\{ a_{y2} \cdot \left[\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V \right] \right\} - \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot a_{x2} \cdot v_{y2}}{\gamma_V \cdot V}}{\left[\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V \right]^3} \quad (15)$$

$$a_{y2} = \frac{\left\{ a_{y1} \cdot \left[\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V \right] \right\} - \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot a_{x1} \cdot v_{y1}}{\gamma_V \cdot V}}{\left[\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V \right]^3} \quad (16)$$

$$a_{z1} = \frac{\left\{ a_{z2} \cdot \left[\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V \right] \right\} - \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot a_{x2} \cdot v_{z2}}{\gamma_V \cdot V}}{\left[\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V \right]^3} \quad (17)$$

$$a_{z2} = \frac{\left\{ a_{z1} \cdot \left[\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V \right] \right\} - \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot a_{x1} \cdot v_{z1}}{\gamma_V \cdot V}}{\left[\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V \right]^3} \quad (18)$$

3. Уравнение связи для коэффициентов пропорциональности

Рассмотрим три инерциальные системы отсчета, показанные на рис. 2, неподвижную $O_1x_1y_1z_1$ и подвижные $O_2x_2y_2z_2$ и $O_3x_3y_3z_3$, у которых:

- сходные оси декартовых координат систем $O_1x_1y_1z_1$, $O_2x_2y_2z_2$ и $O_3x_3y_3z_3$ попарно параллельны и одинаково направлены;
- система $O_2x_2y_2z_2$ движется относительно системы $O_1x_1y_1z_1$ с постоянной скоростью V_2 вдоль оси O_1x_1 ;
- система $O_3x_3y_3z_3$ движется относительно системы $O_1x_1y_1z_1$ с постоянной скоростью V_3 вдоль оси O_1x_1 ;
- в качестве начала отсчета времени ($t_1=0$, $t_2=0$ и $t_3=0$) в этих трех системах выбран тот момент, когда их начала координат O_1 , O_2 и O_3 совпадают.

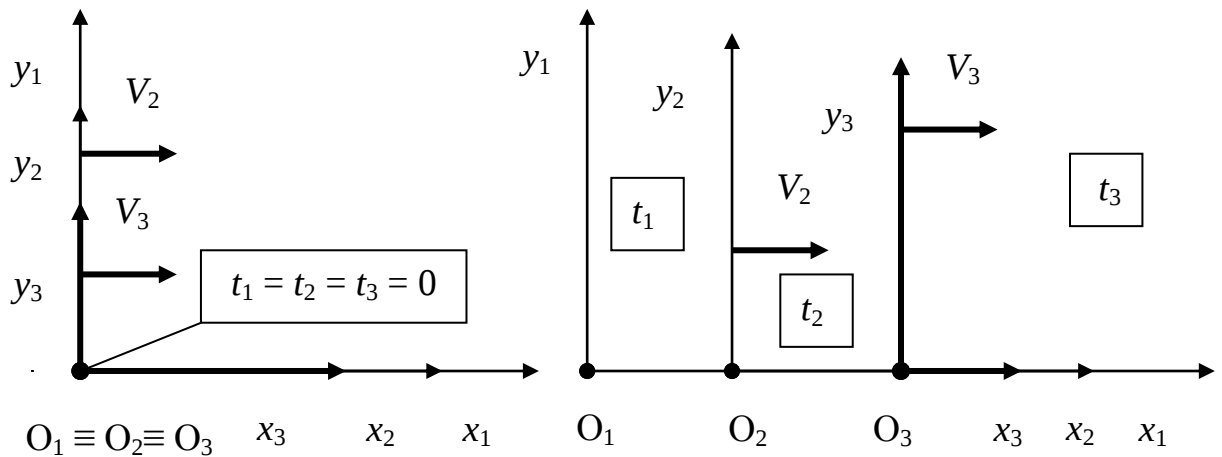


Рис. 2

Опираясь на формулу (8), можно определить значение скорости V_{23} движения точки O_3 относительно точки O_2 :

$$V_{23} = \frac{V_3 - V_2}{\frac{(1 - \gamma_{V_2}^2) \cdot V_3}{\gamma_{V_2}^2 \cdot V_2} + 1} \quad (19)$$

и значение скорости V_{32} движения точки O_2 относительно точки O_3 :

$$V_{32} = \frac{V_2 - V_3}{\frac{(1 - \gamma_{V_3}^2) \cdot V_2}{\gamma_{V_3}^2 \cdot V_3} + 1} \quad (20)$$

где: γ_{V2} и γ_{V3} - коэффициенты пропорциональности для инерциальных систем отсчета, движущихся относительно неподвижной системы отсчета со скоростью V_2 и V_3 соответственно.

Используя принцип относительности, согласно которому точка O_3 будет удаляться относительно точки O_2 со скоростью, равной по абсолютной величине и противоположно направленной скорости, с которой точка O_2 удаляется относительно точки O_3 , т.е.:

$$V_{32} = - V_{23} \quad (21)$$

Подставив уравнение (21) в формулы (19) и (20), получим:

$$\frac{(1 - \gamma_{V2}^2) \cdot V_3}{\gamma_{V2}^2 \cdot V_2} + 1 = \frac{(1 - \gamma_{V3}^2) \cdot V_2}{\gamma_{V3}^2 \cdot V_3} + 1 \quad (22)$$

Из уравнения (22) следует, что:

$$\frac{\gamma_{V2}^2 - 1}{\gamma_{V2}^2 \cdot V_2^2} = \frac{\gamma_{V3}^2 - 1}{\gamma_{V3}^2 \cdot V_3^2} \quad (23)$$

Так как величины коэффициентов пропорциональности γ_{V2} и γ_{V3} не зависят друг от друга, а зависят только от величин скоростей V_2 и V_3 соответственно, а величины скоростей V_2 и V_3 задавались произвольно (также не зависят друг от друга), то можно сказать, что:

$$\frac{\gamma_{V2}^2 - 1}{\gamma_{V2}^2 \cdot V_2^2} = \frac{\gamma_{V3}^2 - 1}{\gamma_{V3}^2 \cdot V_3^2} = K = Const \quad (24)$$

т.е. получается в общем виде, что:

$$\frac{\gamma_V^2 - 1}{\gamma_V^2 \cdot V^2} = K = Const \quad (25)$$

где: K - постоянная величина, независящая от величины скорости V и величины коэффициента пропорциональности γ_V .

Как видно из формулы (25), в зависимости от величины коэффициента пропорциональности γ_V константа K может иметь следующие значения:

- при $\gamma_V = 1$ константа K будет равна 0;
- если коэффициент пропорциональности $\gamma_V > 1$, то константа K будет иметь положительное значение, т.е. $K > 0$;

- если коэффициент пропорциональности $0 < \gamma_V < 1$, то константа K будет иметь отрицательное значение, т.е. $K < 0$.

Из уравнения (25) можно получить формулу для коэффициента пропорциональности γ_V :

$$\gamma_V^2 = \frac{1}{1 - (K \cdot V^2)} \quad (26)$$

По аналогии со специальной теорией относительности примем, что:

- при значениях коэффициента пропорциональности $\gamma_V > 1$ константа K равна:

$$K = \frac{1}{c_1^2} \quad (27)$$

- при значениях коэффициента пропорциональности $0 < \gamma_V < 1$ константа K равна:

$$K = -\frac{1}{c_2^2} \quad (28)$$

где: c_1 и c_2 - действительные постоянные величины.

4. Определение особой скорости

Допустим, что существует такое значение v_{xkr} проекции v_{x1} скорости движения точки А, изображенной на рис.1, в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$, которому бы соответствовало значение проекции v_{x2} скорости движения этой же точки А в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, равное v_{xkr} , т.е.:

$$v_{x1} = v_{x2} = v_{xkr} \quad (29)$$

Назовем v_{xkr} особой скоростью.

Подставив значение (29) в формулу (7) или (8), получим зависимость особой скорости v_{xkr} от величины скорости V и коэффициента пропорциональности γ_V :

$$v_{xkr}^2 = \frac{\gamma_V^2 \cdot V^2}{\gamma_V^2 - 1} \quad (30)$$

Как видно из формулы (30):

- при значениях коэффициента пропорциональности γ_V , находящихся в диапазоне $\gamma_V > 1$, равенство проекций v_{x1} и v_{x2} скоростей возможно, т.к. при $\gamma_V > 1$ особая скорость v_{xkr} будет иметь действительное значение;

- при значениях коэффициента пропорциональности γ_V , находящихся в диапазоне $0 < \gamma_V < 1$, равенство проекций v_{x1} и v_{x2} скоростей невозможно, т.е. значение v_{x1} никогда не может быть равно значению v_{x2} , т.к. при $0 < \gamma_V < 1$ особая скорость v_{xkr} будет иметь мнимое значение.

Из формулы (30) можно получить зависимость коэффициента пропорциональности γ_V от величины скорости V :

$$\gamma_V^2 = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{v_{xkr}^2}} \quad (31)$$

Если вернуться к формуле (26) и сравнить ее с формулой (31), то можно заметить, что:

$$K = \frac{1}{v_{xkr}^2} \quad (32)$$

Исходя из того, что константа K является постоянной величиной, можно отметить, что и v_{xkr}^2 будет являться постоянной величиной, не зависящей от значений скорости V и коэффициента пропорциональности γ_V .

5. Основные кинематические уравнения для значений коэффициента пропорциональности γ_V в диапазонах $\gamma_V > 1$ и $0 < \gamma_V < 1$

Используя формулу (31) с учетом уравнения (27) для коэффициента пропорциональности γ_V , имеющего значения $\gamma_V > 1$, который обозначим как $\gamma_{V>}$, можно записать:

$$\gamma_{V>}^2 = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c_1^2}} \quad (33)$$

А из формулы (31) с учетом уравнения (28) для коэффициента пропорциональности γ_V , имеющего значения $0 < \gamma_V < 1$, который обозначим как $\gamma_{V<}$, можно получить:

$$\gamma_{V<}^2 = \frac{1}{1 + \frac{V^2}{c_2^2}} \quad (34)$$

Уравнение, похожее на формулу (34), было получено Я.П. Терлецким [4] и отброшено им без теоретического обоснования как противоречащее опыту.

Подставив формулы (33) и (34) в уравнения (1)-(14), получим две системы уравнений, которые расположим напротив друг друга для сравнения, причем знак «>» означает, что это для случая, когда $\gamma_V > 1$, а знак «<» - для случая, когда $0 < \gamma_V < 1$:

$$x_{1>} = \frac{x_{2>} + (V \cdot t_{2>})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}} \quad (35)$$

$$x_{2>} = \frac{x_{1>} - (V \cdot t_{1>})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}} \quad (36)$$

$$y_{1>} = y_{2>} \quad (37)$$

$$z_{1>} = z_{2>} \quad (38)$$

$$t_{1>} = \frac{t_{2>} + \frac{V \cdot x_{2>}}{c_1^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}} \quad (39)$$

$$x_{1<} = \frac{x_{2<} + (V \cdot t_{2<})}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}} \quad (49)$$

$$x_{2<} = \frac{x_{1<} - (V \cdot t_{1<})}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}} \quad (50)$$

$$y_{1<} = y_{2<} \quad (51)$$

$$z_{1<} = z_{2<} \quad (52)$$

$$t_{1<} = \frac{t_{2<} - \frac{V \cdot x_{2<}}{c_2^2}}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}} \quad (53)$$

$$t_{2>} = \frac{t_{1>} - \frac{V \cdot x_{1>}}{c_1^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}} \quad (40)$$

$$v_{x1>} = \frac{v_{x2>} + V}{1 + \frac{V \cdot v_{x2>}}{c_1^2}} \quad (41)$$

$$v_{x2>} = \frac{v_{x1>} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{c_1^2}} \quad (42)$$

$$v_{y1>} = \frac{v_{y2>} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x2>}}{c_1^2}} \quad (43)$$

$$v_{y2>} = \frac{v_{y1>} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{c_1^2}} \quad (44)$$

$$v_{z1>} = \frac{v_{z2>} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x2>}}{c_1^2}} \quad (45)$$

$$v_{z2>} = \frac{v_{z1>} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{c_1^2}} \quad (46)$$

$$a_{x1>} = \frac{a_{x2>} \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}} \right)^3}{\left(1 + \frac{V \cdot v_{x2>}}{c_1^2} \right)^3} \quad (47)$$

$$t_{2<} = \frac{t_{1<} + \frac{V \cdot x_{1<}}{c_2^2}}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}} \quad (54)$$

$$v_{x1<} = \frac{v_{x2<} + V}{1 - \frac{V \cdot v_{x2<}}{c_2^2}} \quad (55)$$

$$v_{x2<} = \frac{v_{x1<} - V}{1 + \frac{V \cdot v_{x1<}}{c_2^2}} \quad (56)$$

$$v_{y1<} = \frac{v_{y2<} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2<}}{c_2^2}} \quad (57)$$

$$v_{y2<} = \frac{v_{y1<} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x1<}}{c_2^2}} \quad (58)$$

$$v_{z1<} = \frac{v_{z2<} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2<}}{c_2^2}} \quad (59)$$

$$v_{z2<} = \frac{v_{z1<} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x1<}}{c_2^2}} \quad (60)$$

$$a_{x1<} = \frac{a_{x2<} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}} \right)^3}{\left(1 - \frac{V \cdot v_{x2<}}{c_2^2} \right)^3} \quad (61)$$

$$a_{x2>} = \frac{a_{x1>} \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}} \right)^3}{\left(1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{c_1^2} \right)^3} \quad (48)$$

$$a_{x2<} = \frac{a_{x1<} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}} \right)^3}{\left(1 + \frac{V \cdot v_{x1<}}{c_2^2} \right)^3} \quad (62)$$

Для наглядности сравнения приведенных формул можно воспользоваться следующими графиками:

- изображенной на рис.3 зависимости длины отрезка Δx_1 в неподвижной системе отчета $O_1x_1y_1z_1$, которому в подвижной инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ соответствует отрезок Δx_2 , имеющий неподвижные концы, от скорости V :

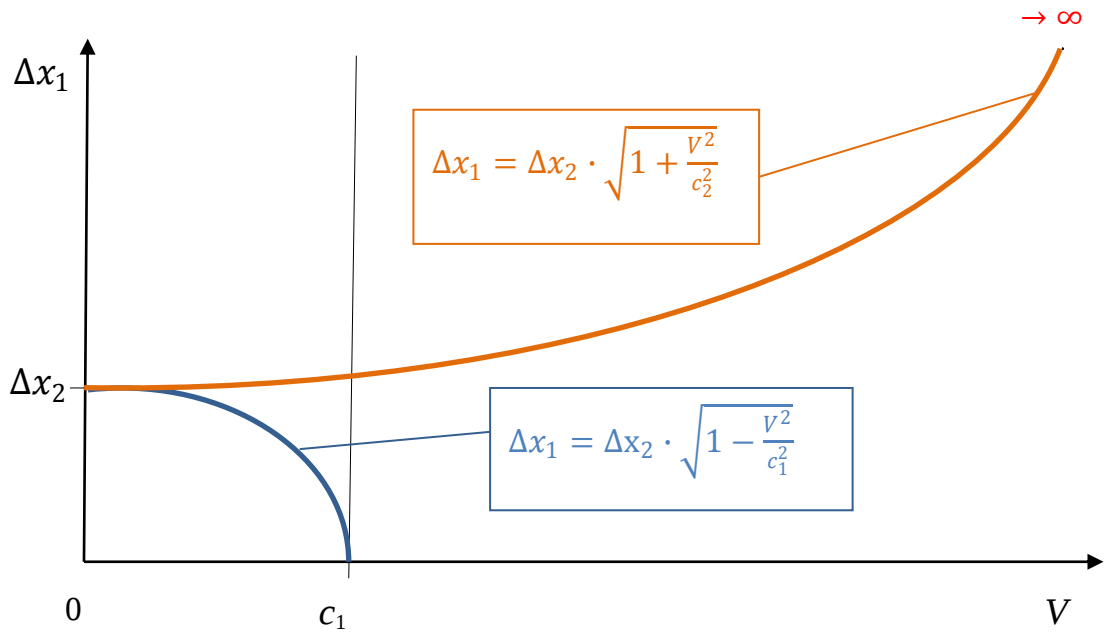


Рис.3

- изображенной на рис. 4 зависимости промежутка времени Δt_1 между двумя событиями в неподвижной системе отчета $O_1x_1y_1z_1$, которые в подвижной инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ происходили в промежуток времени Δt_2 в одной и той же точке, от скорости V :

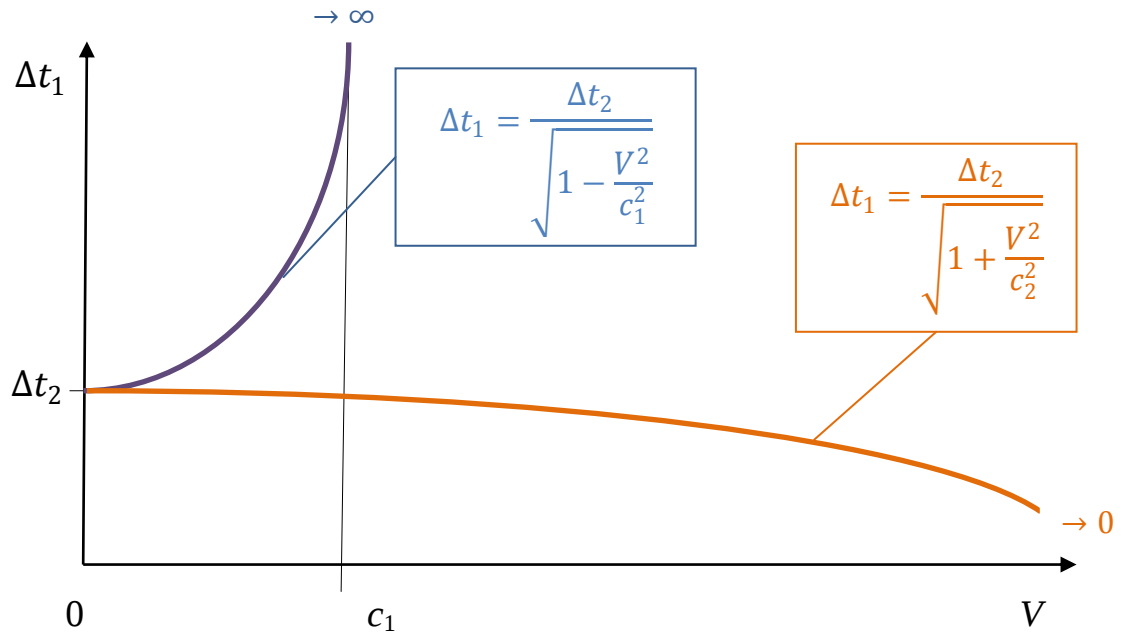


Рис.4

- изображенной на рис. 5 зависимости между проекцией v_{x2} скорости движения точки в подвижной системе $O_2x_2y_2z_2$ и проекцией v_{x1} скорости этой точки в неподвижной системе $O_1x_1y_1z_1$ (при постоянной величине скорости V):

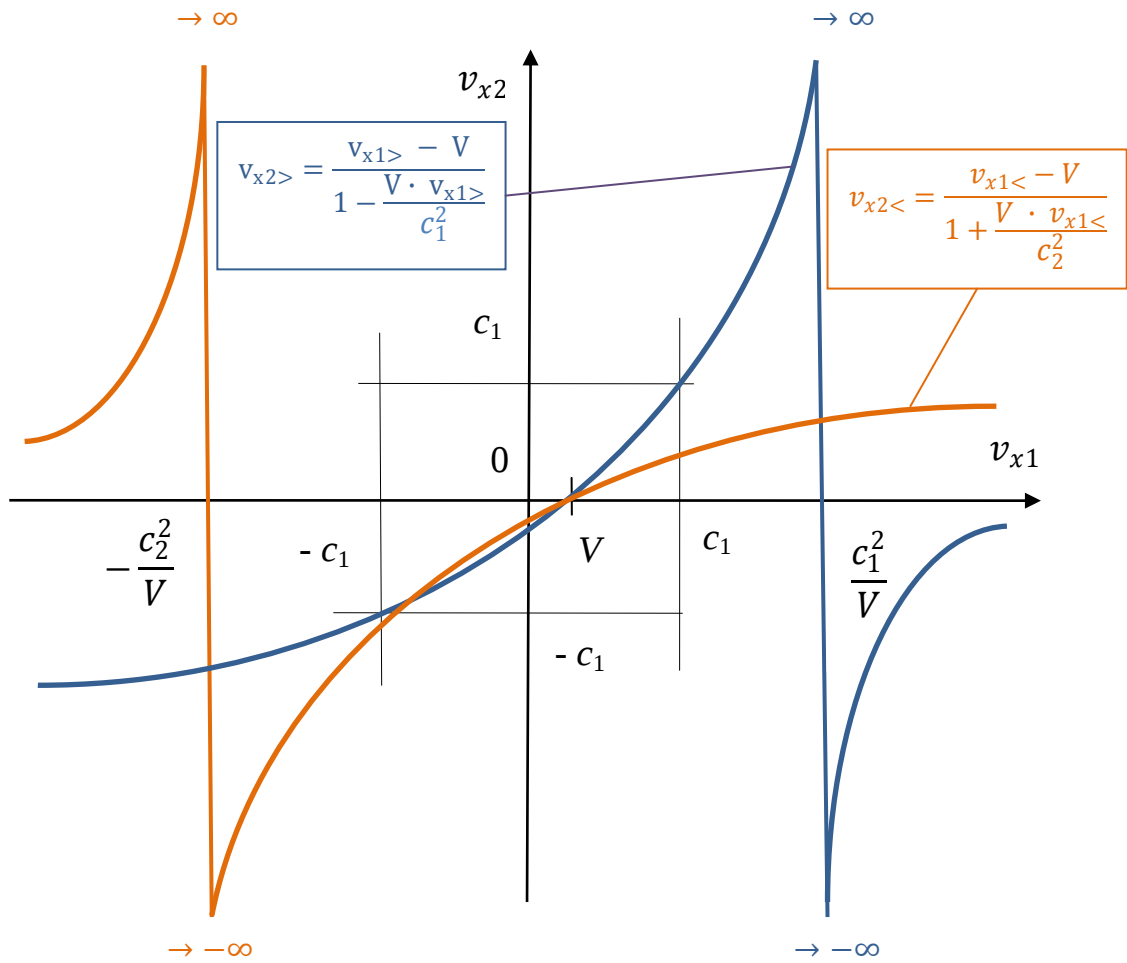


Рис.5

- изображенной на рис. 6 зависимости между проекцией v_{x1} скорости движения точки в неподвижной системе $O_1x_1y_1z_1$ и проекцией v_{x2} скорости этой точки в подвижной системе $O_2x_2y_2z_2$ (при постоянной величине скорости V):

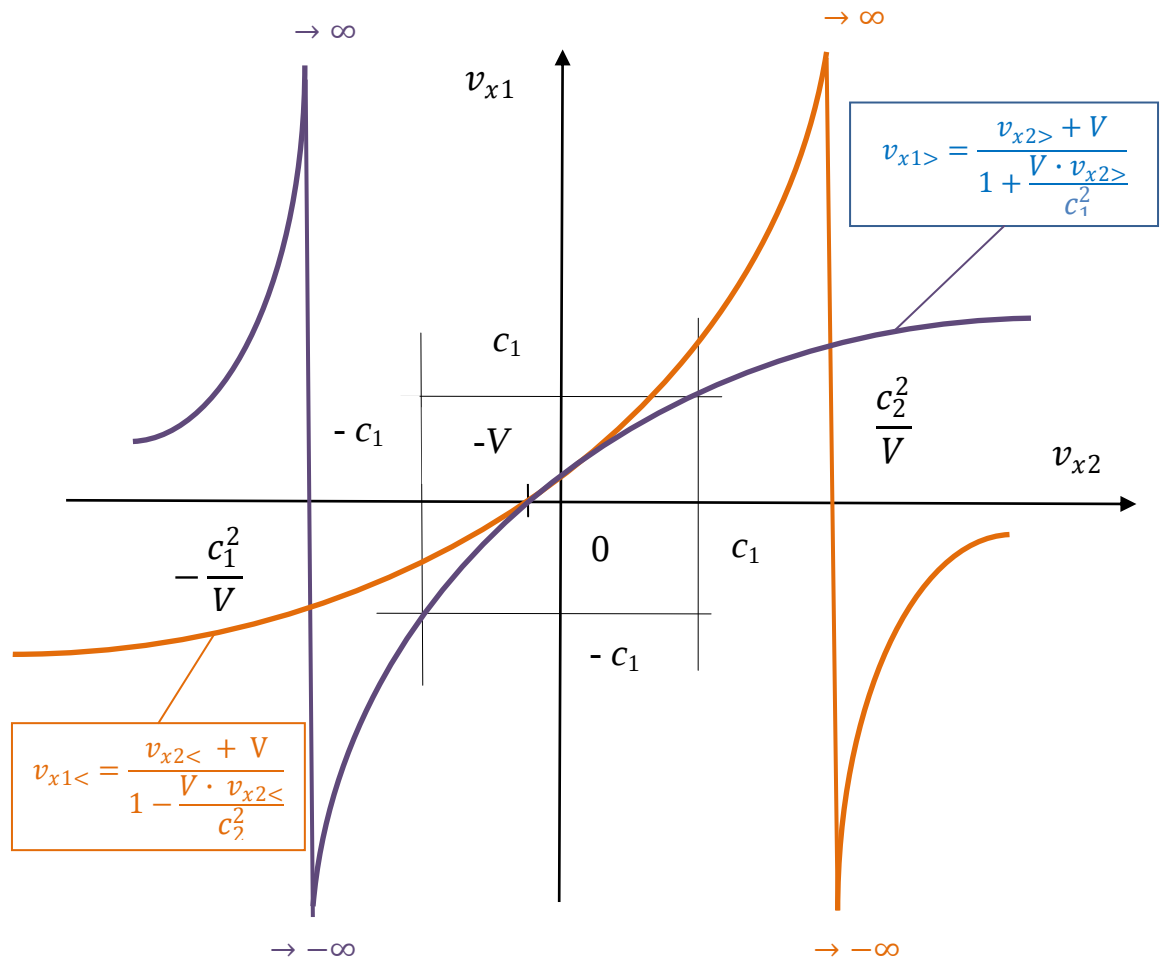


Рис.6

- изображенной на рис. 7 зависимости между проекцией a_{x2} ускорения движения точки в подвижной системе $O_2x_2y_2z_2$ и проекцией v_{x1} скорости этой точки в неподвижной системе $O_1x_1y_1z_1$ (при постоянной величине скорости V и постоянной величине проекции a_{x1} ускорения):

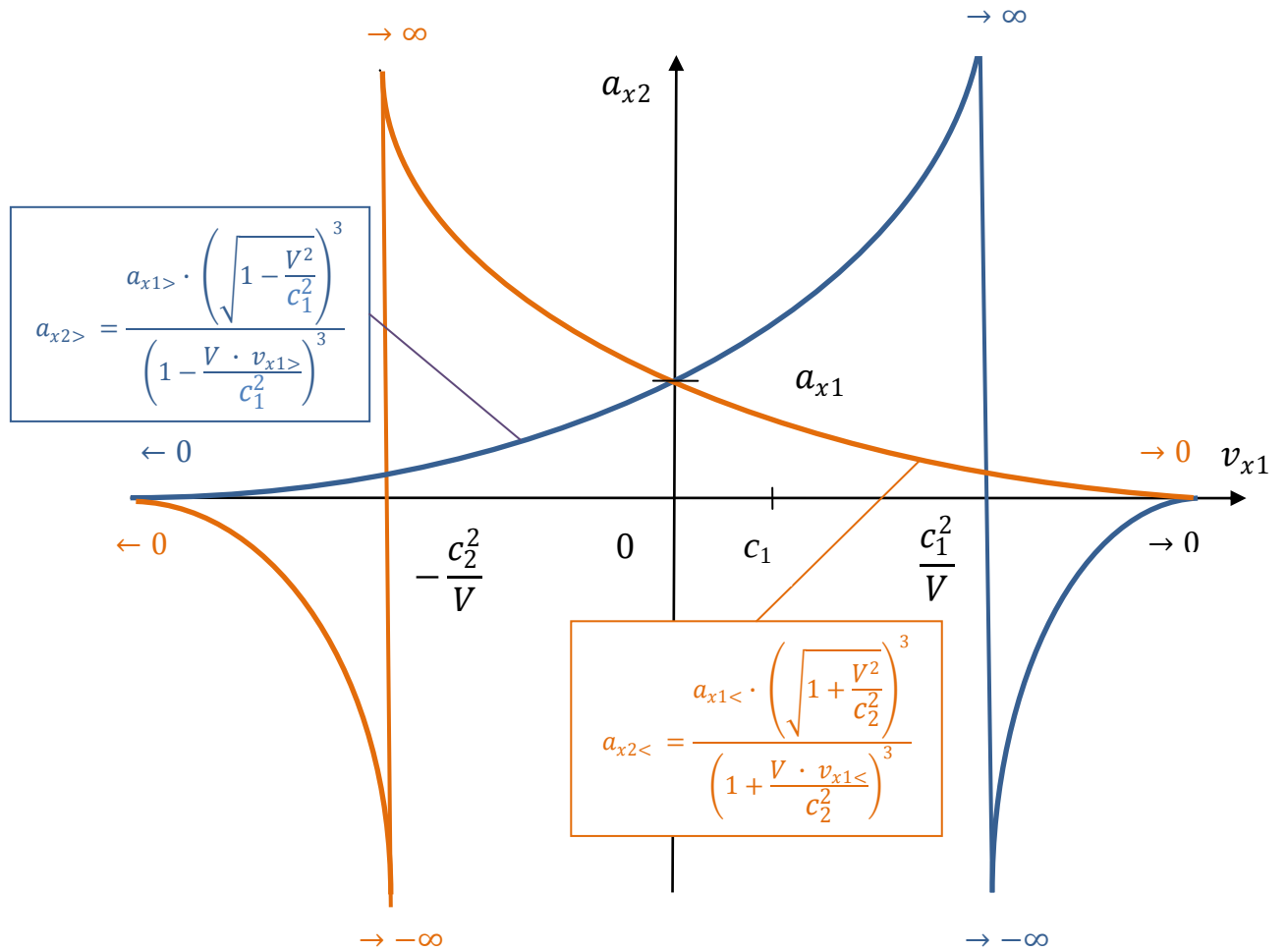


Рис.7

- изображенной на рис. 8 зависимости между проекцией a_{x1} ускорения движения точки в неподвижной системе $O_1x_1y_1z_1$ и проекцией v_{x2} скорости этой точки в подвижной системе $O_2x_2y_2z_2$ (при постоянной величине скорости V и постоянной величине проекции a_{x2} ускорения):

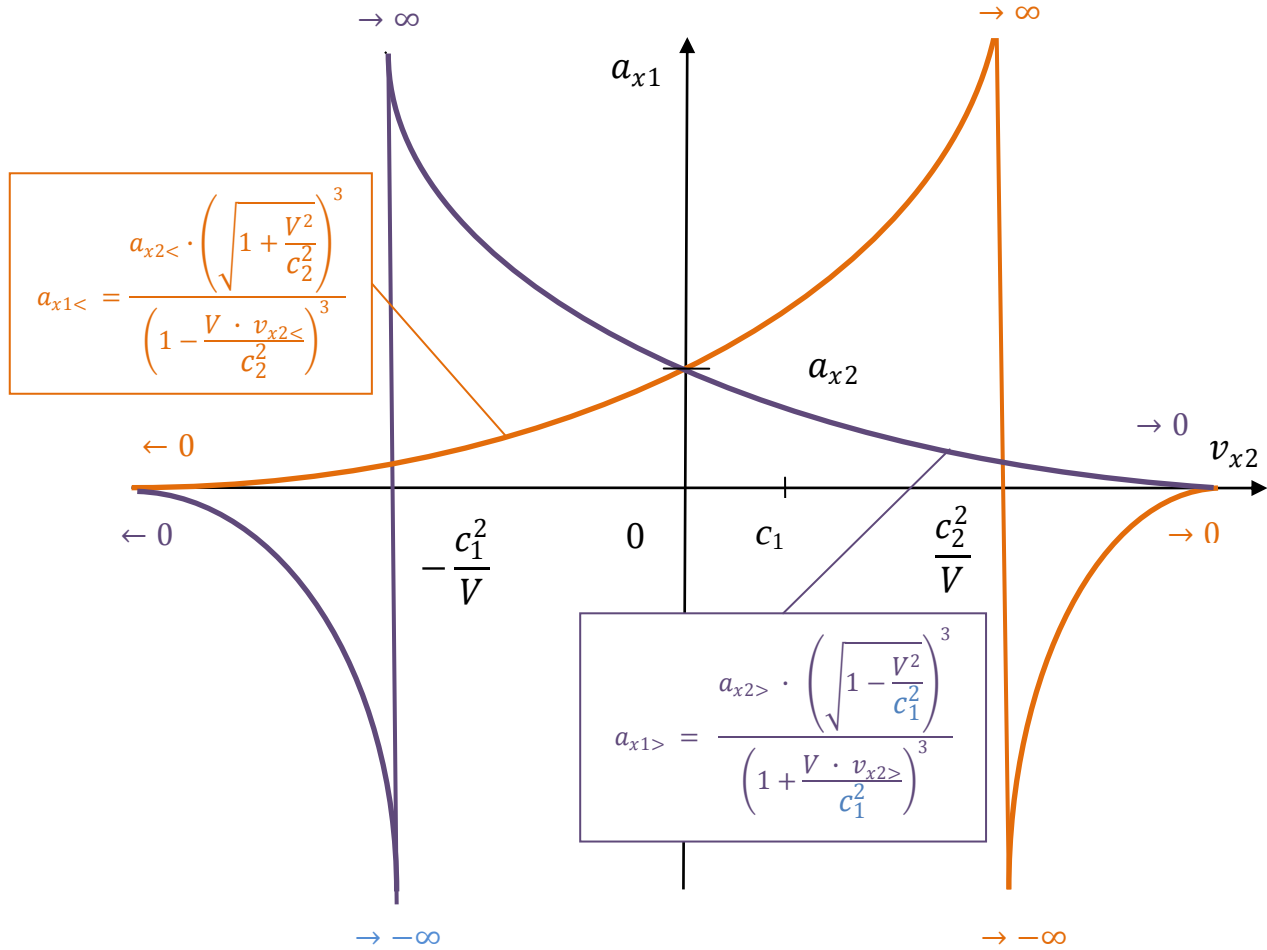


Рис.8

Также можно отметить, что все физические процессы протекают в четырехмерном пространстве-времени, геометрия которого псевдоевклидова и определяется инвариантом $J = (c_1^2 \cdot t^2) - x^2 - y^2 - z^2$ [12] для случая, когда коэффициент пропорциональности $\gamma_V > 1$, и инвариантом $J = (c_2^2 \cdot t^2) + x^2 + y^2 + z^2$ для случая, когда коэффициент пропорциональности $0 < \gamma_V < 1$.

6. Зависимости массы, импульса и кинетической энергии движущегося тела от скорости

Основываясь на обязательности выполнения законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы, зависимость массы $M(v)$ движущегося тела от скорости v может быть получена с помощью функции Лагранжа [1], [8], [9], [12], [14], [23], при рассмотрении абсолютно упругого

или абсолютно пластичного столкновений [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21] или просто интуитивно [13], [22].

Также зависимость массы $M(v)$ движущегося тела от скорости v может быть получена при подборе функции этой зависимости в уравнениях, записываемых для двух инерциальных систем отсчета, исходя из законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы, состоящей из двух тел, испытывающих абсолютно упругое прямое центральное столкновение, носящее кратковременный характер, при различном расположении этой системы тел в пространстве [28].

Обобщая результаты выводов [8], [13], [22], [28], зависимость массы $M(v)$ движущегося тела, имеющего массу покоя M_0 , от скорости v будет выглядеть следующим образом:

$$M(v) = M_0 \cdot \gamma_v \quad (63)$$

где: γ_v - коэффициент пропорциональности при скорости V , равной v .

Зная связь [1], [28] между массой движущегося тела и его импульсом $P(v)$ и кинетической энергией $E_{kin}(v)$, можно записать:

$$P(v) = M_0 \cdot \gamma_v \cdot v \quad (64)$$

$$E_{kin}(v) = \frac{M_0 \cdot \gamma_v^2 \cdot v^2}{\gamma_v + 1} \quad (65)$$

Проверить правильность выбора формул (63)-(65) можно на следующем примере 1.

Допустим, что имеются две инерциальные системы отсчета, аналогичные системам отсчета, изображенным на рис. 1, неподвижная $O_1x_1y_1z_1$ и подвижная $O_2x_2y_2z_2$, которая движется со скоростью V параллельно оси O_1x_1 относительно системы $O_1x_1y_1z_1$.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система, состоящая из тела 1 и тела 2 (как показано на рис. 9), имеющих массы в состоянии покоя, равные M_{01} и M_{02} соответственно.

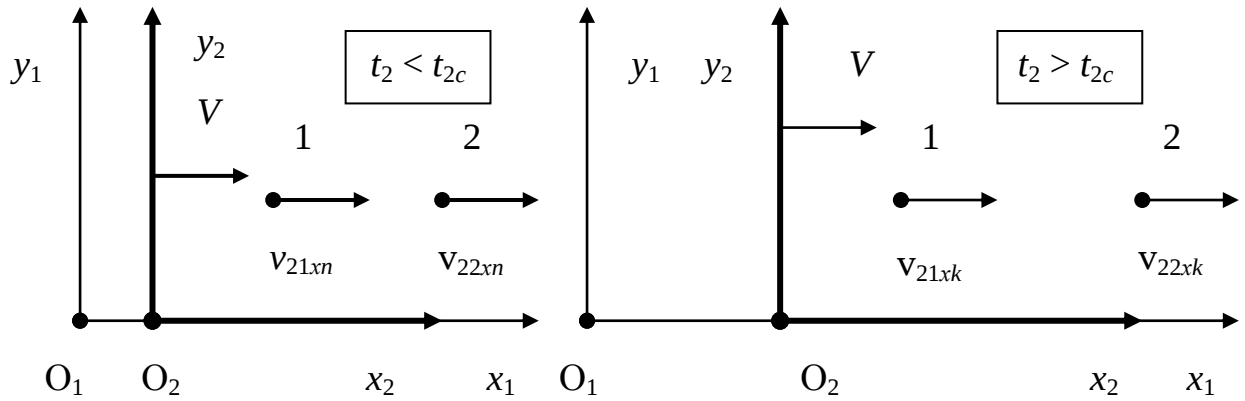


Рис. 9

В подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ тело 1 и тело 2 до некоторого момента времени t_{2c} двигались параллельно оси O_2x_2 по одной линии с постоянными по величине скоростями v_{21xn} и v_{22xn} соответственно, т.е. до момента времени, меньшего t_{2c} , тело 1 имело импульс P_{21xn} и кинетическую энергию $E_{kin21xn}$, а тело 2 имело импульс P_{22xn} и кинетическую энергию $E_{kin22xn}$.

В какой-то момент времени t_{2c} между телами 1 и 2 произошло абсолютно упругое прямое центральное столкновение.

Далее, после столкновения, в момент времени, больший t_{2c} , тела 1 и 2 двигаются параллельно оси O_2x_2 по одной линии с постоянными по величине скоростями v_{21xk} и v_{22xk} соответственно, т.е. в момент времени больший t_{2c} тело 1 имело импульс P_{21xk} и кинетическую энергию $E_{kin21xk}$, а тело 2 имело импульс P_{22xk} и кинетическую энергию $E_{kin22xk}$.

В неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ столкновение между телами 1 и 2 произошло в момент времени t_{1c} , соответствующий моменту времени t_{2c} в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$.

В неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ тело 1 и тело 2 до момента времени t_{1c} двигались параллельно оси O_1x_1 по одной линии с постоянными по величине скоростями v_{11xn} и v_{12xn} соответственно, т.е. до момента времени, меньшего t_{1c} , тело 1 имело импульс P_{11xn} и кинетическую энергию $E_{kin11xn}$, а тело 2 имело импульс P_{12xn} и кинетическую энергию $E_{kin12xn}$.

Далее, после столкновения, в момент времени, больший t_{1c} , тела 1 и 2 двигаются параллельно оси O_1x_1 по одной линии с постоянными по величине скоростями v_{11xk} и v_{12xk} соответственно, т.е. в момент времени, больший t_{1c} , тело 1 имело импульс P_{11xk} и кинетическую энергию $E_{kin11xk}$, а тело 2 имело импульс P_{12xk} и кинетическую энергию $E_{kin12xk}$.

Учитывая, что:

- имеется симметрия пространства и времени,
- тело 1 и тело 2 составляют замкнутую механическую систему,
- между телами 1 и 2 имело место прямое центральное столкновение,
- столкновение между телами 1 и 2 носило упругий характер,

можно записать законы сохранения импульса и механической энергии для замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2, рассматривая моменты времени до и после столкновения:

в неподвижной системе отчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$P_{11xn} + P_{12xn} = P_{11xk} + P_{12xk} \quad (66)$$

$$E_{kin11xn} + E_{kin12xn} = E_{kin11xk} + E_{kin12xk} \quad (67)$$

в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$:

$$P_{21xn} + P_{22xn} = P_{21xk} + P_{22xk} \quad (68)$$

$$E_{kin21xn} + E_{kin22xn} = E_{kin21xk} + E_{kin22xk} \quad (69)$$

Также следует отметить, что скорости v_{11xn} и v_{21xn} , v_{12xn} и v_{22xn} , v_{11xk} и v_{21xk} , v_{12xk} и v_{22xk} связаны между собой через преобразование скоростей (7):

$$v_{x11xn} = \frac{v_{x21xn} + V}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2xn}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (70)$$

и т.д.

Теперь, задав исходные данные, можно провести расчетную проверку выбора зависимостей (63)-(65) массы, импульса и кинетической энергии движущегося тела для случая, когда значения коэффициентов пропорциональности γ_V и γ_v лежат в диапазонах $\gamma_V > 1$ и $\gamma_v > 1$ соответственно.

Предположим, что: $M_{01} = 1$, $M_{02} = 0,5$, $V / c_1 = 0,5$, $v_{21\lambda n} / c_1 = 0,9$,
 $v_{22\lambda n} / c_1 = 0,6$.

Тогда числовые расчеты дают для рассматриваемого примера 1 при коэффициентах пропорциональности γ_V и γ_v , значения которых могут находиться в диапазонах $\gamma_V > 1$ и $\gamma_v > 1$, следующие результаты, приведенные в таблице 1 для подвижной системы отсчета $O_2x_2y_2z_2$ и таблице 2 для неподвижной системы отчета $O_1x_1y_1z_1$.

Диапазоны $\gamma_V > 1$ и $\gamma_v > 1$. Подвижная система отсчета $O_2x_2y_2z_2$.

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 1	До столкновения	скорость v_{21xn} / c_1	0,9
		масса M_{21n}	2,294157338706
		импульс P_{21xn} / c_1	2,064741604835
		кинетическая энергия $E_{kin21xn} / c_1^2$	1,294157338706
	После столкновения	скорость v_{11xk} / c_1	0,7360143377
		масса M_{21k}	1,477179174242
		импульс P_{21xk} / c_1	1,087225051595
		кинетическая энергия $E_{kin21xk} / c_1^2$	0,477179174242
Тело 2	До столкновения	скорость v_{22xn} / c_1	0,6
		масса M_{22n}	0,625
		импульс P_{22xn} / c_1	0,375
		кинетическая энергия $E_{kin22xn} / c_1^2$	0,125
	После столкновения	скорость v_{22xk} / c_1	0,937959108239
		масса M_{22k}	1,441978164463
		импульс P_{22xk} / c_1	1,35251655324
		кинетическая энергия $E_{kin22xk} / c_1^2$	0,941978164463
Система тел 1 и 2	До столкновения	масса $(M_{21n} + M_{22n})$	2,919157338706
		импульс $(P_{21xn} + P_{22xn}) / c_1$	2,439741604835
		кинетическая энергия $(E_{kin21xn} + E_{kin22xn}) / c_1^2$	1,419157338706
	После столкновения	масса $(M_{21k} + M_{22k})$	2,919157338706
		импульс $(P_{21xk} + P_{22xk}) / c_1$	2,439741604835
		кинетическая энергия $(E_{kin21xk} + E_{kin22xk}) / c_1^2$	1,419157338706

Диапазоны $\gamma_V > 1$ и $\gamma_v > 1$. Неподвижная система отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 1	До столкновения	скорость v_{11xn} / c_1	0,965517241379
		масса M_{11n}	3,841143835489
		импульс P_{11xn} / c_1	3,708690599782
		кинетическая энергия $E_{kin11xn} / c_1^2$	2,841143835489
	После столкновения	скорость v_{11xk} / c_1	0,903514517939
		масса M_{11k}	2,333409263988
		импульс P_{11xk} / c_1	2,108269146306
		кинетическая энергия $E_{kin11xk} / c_1^2$	1,333409263988
Тело 2	До столкновения	скорость v_{12xn} / c_1	0,846153846154
		масса M_{12n}	0,938194187433
		импульс P_{12xn} / c_1	0,793856620136
		кинетическая энергия $E_{kin12xn} / c_1^2$	0,438194187433
	После столкновения	скорость v_{12xk} / c_1	0,978882996844
		масса M_{12k}	2,445928758933
		импульс P_{12xk} / c_1	2,394278073612
		кинетическая энергия $E_{kin12xk} / c_1^2$	1,945928758933
Система тел 1 и 2	До столкновения	масса $(M_{11n} + M_{12n})$	4,779338022922
		импульс $(P_{11xn} + P_{12xn}) / c_1$	4,502547219918
		кинетическая энергия $(E_{kin11xn} + E_{kin12xn}) / c_1^2$	3,279338022922
	После столкновения	масса $(M_{11k} + M_{12k})$	4,779338022922
		импульс $(P_{11xk} + P_{12xk}) / c_1$	4,502547219918
		кинетическая энергия $(E_{kin11xk} + E_{kin12xk}) / c_1^2$	3,279338022922

По результатам расчета можно сделать следующий вывод: в примере 1

в подвижной $O_2x_2y_2z_2$ и неподвижной $O_1x_1y_1z_1$ системах отсчета до и после столкновения масса, импульс и кинетическая энергия механической системы тел 1 и 2 остаются неизменными для случая, когда значения коэффициентов пропорциональности γ_V и γ_v лежат в диапазонах $\gamma_V > 1$ и $\gamma_v > 1$, при использовании зависимостей (63)-(65).

Также, задав исходные данные, можно провести расчетную проверку выбора зависимостей (63)-(65) массы, импульса и кинетической энергии движущегося тела для случая, когда значения коэффициентов пропорциональности γ_V и γ_v находятся в диапазонах $0 < \gamma_V < 1$ и $0 < \gamma_v < 1$ соответственно.

Предположим, что: $M_{01} = 1$, $M_{02} = 0,5$, $V / c_2 = 0,5$, $v_{21xn} / c_2 = 0,9$, $v_{22xn} / c_2 = 0,6$.

Числовые расчеты дают для рассматриваемого примера 1 при коэффициентах пропорциональности γ_V и γ_v , значения которых могут находиться в диапазонах $0 < \gamma_V < 1$ и $0 < \gamma_v < 1$, следующие результаты, приведенные в таблице 3 для подвижной системы отсчета $O_2x_2y_2z_2$ и таблице 4 для неподвижной системы отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

Диапазоны $0 < \gamma_V < 1$ и $0 < \gamma_v < 1$. Подвижная система отсчета $O_2x_2y_2z_2$.

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 1	До столкновения	скорость v_{21xn} / c_2	0,9
		масса M_{21n}	0,743294146247
		импульс P_{21xn} / c_2	0,668964731622
		кинетическая энергия $E_{kin21xn} / c_2^2$	0,256705853753
	После столкновения	скорость v_{11xk} / c_2	0,691099932748
		масса M_{21k}	0,822656908881
		импульс P_{21xk} / c_2	0,568538134403
		кинетическая энергия $E_{kin21xk} / c_2^2$	0,177343091119
Тело 2	До столкновения	скорость v_{22xn} / c_2	0,6
		масса M_{22n}	0,428746462856
		импульс P_{22xn} / c_2	0,257247877714
		кинетическая энергия $E_{kin22xn} / c_2^2$	0,071253537144
	После столкновения	скорость v_{22xk} / c_2	1,023729712365
		масса M_{22k}	0,349383700222
		импульс P_{22xk} / c_2	0,357674474934
		кинетическая энергия $E_{kin22xk} / c_2^2$	0,150616299778
Система тел 1 и 2	До столкновения	масса $(M_{21n} + M_{22n})$	1,172040609103
		импульс $(P_{21xn} + P_{22xn}) / c_2$	0,926212609336
		кинетическая энергия $(E_{kin21xn} + E_{kin22xn}) / c_2^2$	0,327959390897
	После столкновения	масса $(M_{21k} + M_{22k})$	1,172040609103
		импульс $(P_{21xk} + P_{22xk}) / c_2$	0,926212609336
		кинетическая энергия $(E_{kin21xk} + E_{kin22xk}) / c_2^2$	0,327959390897

Диапазоны $0 < \gamma_V < 1$ и $0 < \gamma_v < 1$. Неподвижная система отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 1	До столкновения	скорость v_{11xn} / c_2	2,545454545455
		масса M_{11n}	0,365652372423
		импульс P_{11xn} / c_2	0,93075149344
		кинетическая энергия $E_{kin11xn} / c_2^2$	0,634347627577
	После столкновения	скорость v_{11xk} / c_2	1,820001331727
		масса M_{11k}	0,481548724902
		импульс P_{11xk} / c_2	0,876419320614
		кинетическая энергия $E_{kin11xk} / c_2^2$	0,518451275098
Тело 2	До столкновения	скорость v_{12xn} / c_2	1,571428571429
		масса M_{12n}	0,268437746097
		импульс P_{12xn} / c_2	0,421830743866
		кинетическая энергия $E_{kin12xn} / c_2^2$	0,231562253903
	После столкновения	скорость v_{12xk} / c_2	3,121532492927
		масса M_{12k}	0,152541393617
		импульс P_{12xk} / c_2	0,476162916693
		кинетическая энергия $E_{kin12xk} / c_2^2$	0,347458606383
Система тел 1 и 2	До столкновения	масса $(M_{11n} + M_{12n})$	0,63409011852
		импульс $(P_{11xn} + P_{12xn}) / c_2$	1,352582237306
		кинетическая энергия $(E_{kin11xn} + E_{kin12xn}) / c_2^2$	0,86590988148
	После столкновения	масса $(M_{11k} + M_{12k})$	0,63409011852
		импульс $(P_{11xk} + P_{12xk}) / c_2$	1,352582237306
		кинетическая энергия $(E_{kin11xk} + E_{kin12xk}) / c_2^2$	0,86590988148

Здесь также по результатам расчета можно сделать следующий вывод:

в примере 1 в подвижной $O_2x_2y_2z_2$ и неподвижной $O_1x_1y_1z_1$ системах отсчета до и после столкновения масса, импульс и кинетическая энергия механической системы тел 1 и 2 остаются неизменными для случая, когда значения коэффициентов пропорциональности γ_V и γ_v лежат в диапазонах $0 < \gamma_V < 1$ и $0 < \gamma_v < 1$, при использовании зависимостей (63)-(65).

Подставив формулы (33) и (34) в уравнения (63)-(65), можно получить зависимости массы, импульса и кинетической энергии движущегося тела от его скорости для случаев, когда коэффициент пропорциональности $\gamma_v > 1$ и $0 < \gamma_v < 1$, которые расположим напротив друг друга для сравнения, причем знак «>» означает, что это для случая, когда $\gamma_v > 1$, а знак «<» - для случая, когда $0 < \gamma_v < 1$:

$$M(v)_> = \frac{M_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_1^2}}} \quad (71)$$

$$P(v)_> = \frac{M_o \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_1^2}}} \quad (72)$$

$$E_{kin}(v)_> = M_o \cdot c_1^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_1^2}}} - 1 \right) \quad (73)$$

$$M(v)_< = \frac{M_o}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c_2^2}}} \quad (74)$$

$$P(v)_< = \frac{M_o \cdot v}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c_2^2}}} \quad (75)$$

$$E_{kin}(v)_< = M_o \cdot c_2^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c_2^2}}} \right) \quad (76)$$

Здесь же можно отметить, что формула, подобная формуле (74), приведена Я.П. Терлецким [4].

Основные значения зависимостей для массы $M(v)_>$ (71), импульса $P(v)_>$ (72) и кинетической энергии $E_{kin}(v)_>$ (73) при коэффициенте

пропорциональности $\gamma_v > 1$ и зависимостей массы $M(v)_<$ (74), импульса $P(v)_<$ (75) и кинетической энергии $E_{kin}(v)_<$ (76) при коэффициенте пропорциональности $0 < \gamma_v < 1$ приведены в таблицах 5 и 6 соответственно:

Таблица 5

Для коэффициента пропорциональности $\gamma_v > 1$

Скорость v	Масса $M(v)_>$	Импульс $P(v)_>$	Кинетическая энергия $E_{kin}(v)_>$
$v \ll c_1$	M_0	$M_0 \cdot v$	$\frac{M_0 \cdot v^2}{2}$
$v < c_1$	имеет действительное значение	имеет действительное значение	имеет действительное значение
$v = c_1$	∞	∞	∞
$v > c_1$	не имеет действительного значения	не имеет действительного значения	не имеет действительного значения

Таблица 6

Для коэффициента пропорциональности $0 < \gamma_v < 1$

Скорость v	Масса $M(v)_<$	Импульс $P(v)_<$	Кинетическая энергия $E_{kin}(v)_<$
$v \ll c_2$	M_0	$M_0 \cdot v$	$\frac{M_0 \cdot v^2}{2}$
$v < c_2$	имеет действительное значение	имеет действительное значение	имеет действительное значение
$v = c_2$	$\frac{M_0}{\sqrt{2}}$	$\frac{M_0 \cdot c_2}{\sqrt{2}}$	$M_0 \cdot c_2^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
$v > c_2$	имеет действительное значение	имеет действительное значение	имеет действительное значение
$v = \infty$	стремится к нулю	$M_0 \cdot c_2$	$M_0 \cdot c_2^2$

Как видно из таблиц 5 и 6, оба диапазона возможного значения коэффициента пропорциональности $\gamma_v > 1$ и $0 < \gamma_v < 1$ являются равноценными (оба удовлетворяют граничному условию).

Для наглядности сравнения формул (71)-(73) и (74)-(76) приведем следующие графики:

- графики зависимости массы $M(v)$ движущегося тела от скорости v , изображенные на рис. 10:

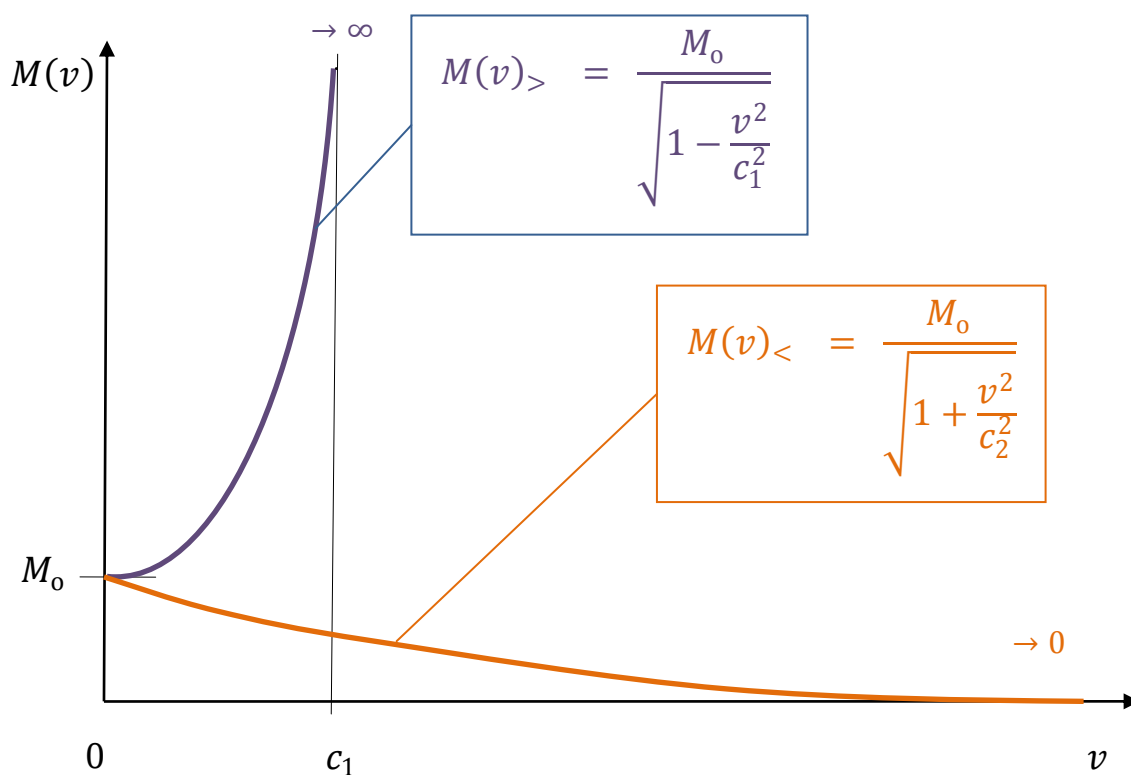


Рис.10

- графики зависимости импульса $P(v)$ движущегося тела от скорости v , изображенные на рис.11:

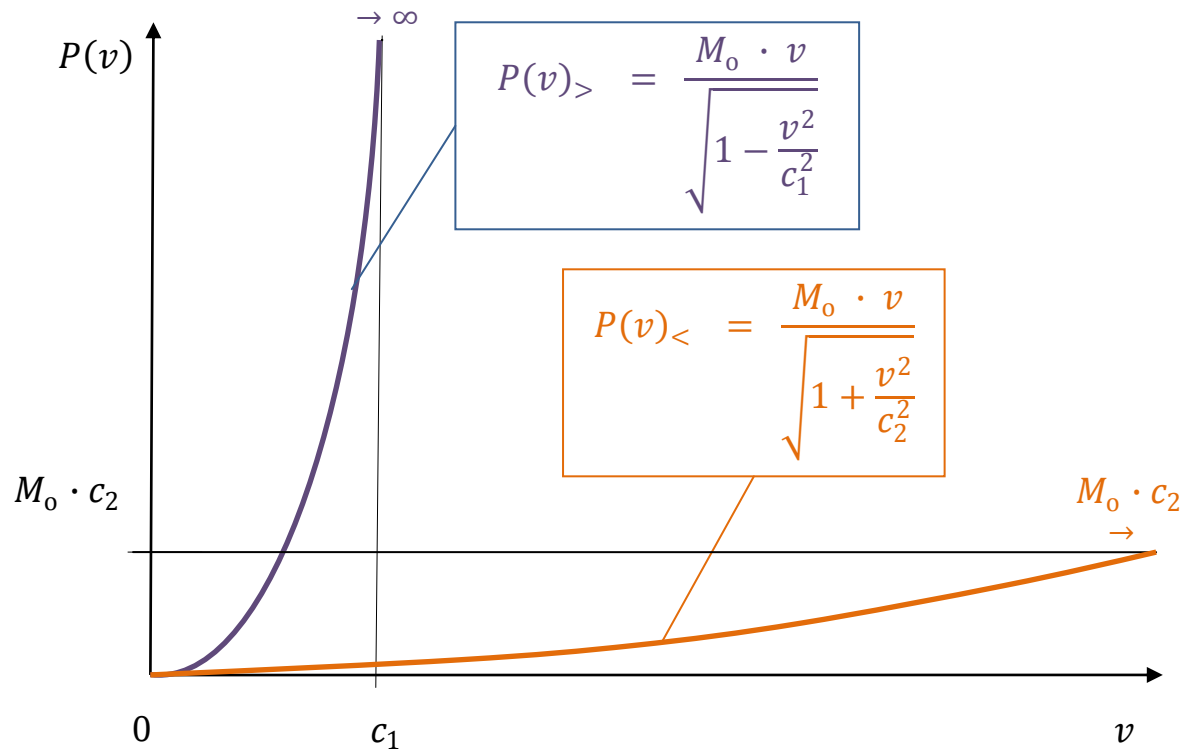


Рис.11

- графики зависимости кинетической энергии $E_{kin}(v)$ движущегося тела от скорости v , изображенные на рис.12:

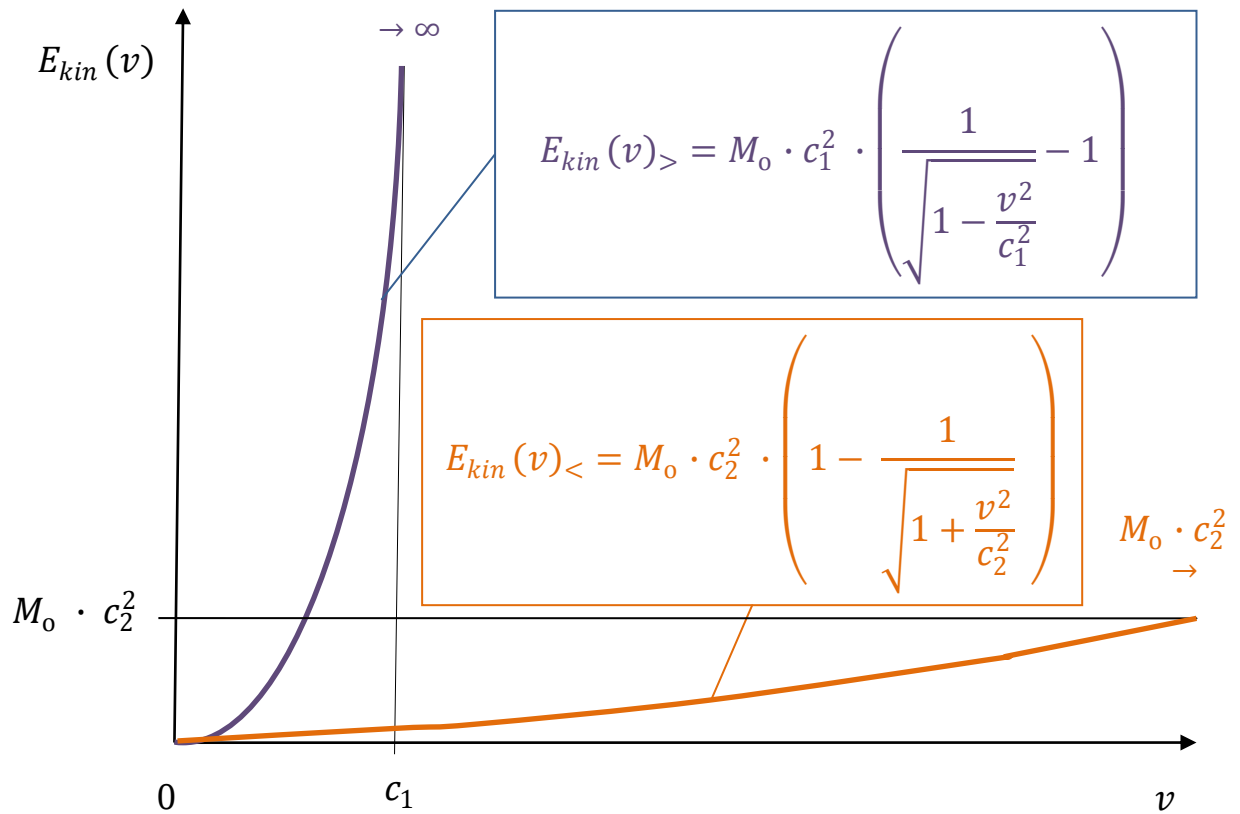


Рис.12

7. Определение значений постоянных величин c_1 и c_2

Закон сохранения импульса замкнутой механической системы тел, связанный со свойством симметрии пространства – однородностью пространства [2], утверждает, что импульс замкнутой механической системы тел (на которую не действуют внешние силы) является величиной постоянной, т.е. в любой инерциальной системе отсчета для любого момента времени величина импульса замкнутой механической системы тел является величиной постоянной (т.к. отсутствует внешнее воздействие).

В ниже приведенном примере 2 в инерциальной системе отсчета с помощью специальной теории относительности будут определены импульсы тел, составляющих замкнутую механическую систему и испытывающих постоянное взаимодействие, для двух моментов времени, а затем, применяя закон сохранения импульса замкнутой механической системы, будут определены значения постоянных величин c_1 и c_2 .

Допустим, что имеются две инерциальные системы отсчета, аналогичные системам отсчета, изображенным на рис. 1, неподвижная $O_1x_1y_1z_1$ и подвижная $O_2x_2y_2z_2$, которая движется со скоростью V параллельно оси O_1x_1 относительно системы $O_1x_1y_1z_1$.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис. 13 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы M_0 в состоянии покоя, и нити 3.

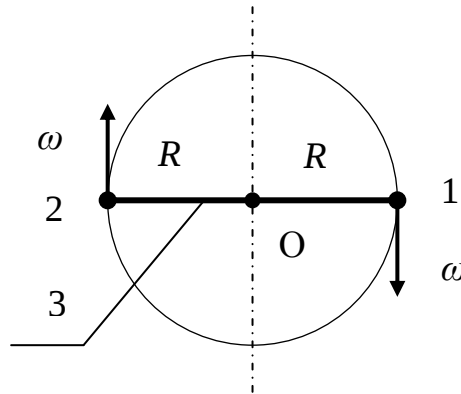


Рис. 13

Тела 1 и 2 соединены нитью 3, массой которой из-за ее малости можно пренебречь.

Тела 1 и 2 вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс - точки O.

Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки O равно R .

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с нитью 3 в подвижную систему отсчета $O_2x_2y_2z_2$ таким образом, чтобы точка O была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат O_2 , а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы по часовой стрелке в плоскости $O_2x_2y_2$, как показано на рис. 14.

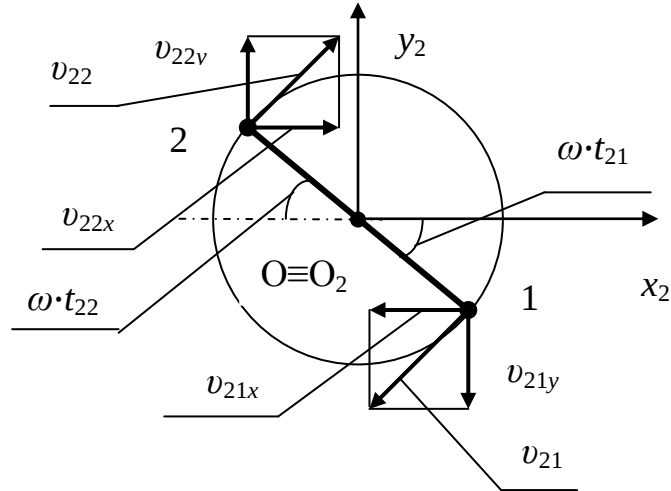


Рис. 14

Также допустим, что в момент начала отсчета времени ($t_2=0$) в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ тела 1 и 2 находились на оси O_2x_2 , причем тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

В подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в любой момент времени t_2 тела 1 и 2 будут иметь скорости v_{21} и v_{22} , равные v_R :

$$v_{21} = v_{22} = v_R = \omega \cdot R \quad (77)$$

При этом проекции v_{21x} и v_{21y} скорости тела 1 и проекции v_{22x} и v_{22y} скорости тела 2 на оси O_2x_2 и O_2y_2 соответственно для моментов времени t_{21} и t_{22} будут равны:

$$v_{21x} = -[v_R \cdot \sin(\omega \cdot t_{21})] \quad (78)$$

$$v_{21y} = -[v_R \cdot \cos(\omega \cdot t_{21})] \quad (79)$$

$$v_{22x} = v_R \cdot \sin(\omega \cdot t_{22}) \quad (80)$$

$$v_{22y} = v_R \cdot \cos(\omega \cdot t_{22}) \quad (81)$$

Связь между координатами x_{21} и y_{21} тела 1 в зависимости от времени t_{21} и связь между координатами x_{22} и y_{22} тела 2 в зависимости от времени t_{22} в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ можно записать в виде:

$$x_{21} = R \cdot \cos(\omega \cdot t_{21}) \quad (82)$$

$$y_{21} = -[R \cdot \sin(\omega \cdot t_{21})] \quad (83)$$

$$x_{22} = -[R \cdot \cos(\omega \cdot t_{22})] \quad (84)$$

$$y_{22} = R \cdot \sin(\omega \cdot t_{22}) \quad (85)$$

Опираясь на уравнения (1) и (3), можно написать связь между:

- координатами x_{11} и y_{11} тела 1 в момент времени t_{11} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами x_{21} и y_{21} тела 1 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{21} , соответствующий моменту времени t_{11} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{11} = \gamma_V \cdot [x_{21} + (V \cdot t_{21})] \quad (86)$$

$$y_{11} = y_{21} \quad (87)$$

- координатами x_{12} и y_{12} тела 2 в момент времени t_{12} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами x_{22} и y_{22} тела 2 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{22} , соответствующий моменту времени t_{12} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{12} = \gamma_V \cdot [x_{22} + (V \cdot t_{22})] \quad (88)$$

$$y_{12} = y_{22} \quad (89)$$

С помощью формулы (5) связи между значениями времен t_{11} и t_{21} , t_{12} и t_{22} будет выглядеть так:

$$t_{11} = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{21}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{21}) \quad (90)$$

$$t_{12} = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{22}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{22}) \quad (91)$$

В рассматриваемом примере 2 нас будет интересовать положение тел 1 и 2 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в один и тот же момент времени, т.е. когда:

$$t_{11} = t_{12} \quad (92)$$

Тогда уравнение (92) с учетом формул (82), (84), (86), (88), (90) и (91) примет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{21})}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{21}) = \\ & = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{22})}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{22}) \end{aligned} \quad (93)$$

В подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ при выполнении условия (92) представляет интерес положение тел 1 и 2 в момент времени t_{2p} , когда:

$$t_{21} = t_{22} = t_{2p} \quad (94)$$

Подставив условие (94) в уравнение (93) для случая, когда $(\omega \cdot t_{2p}) < \pi$, получим:

$$\omega \cdot t_{2p} = \frac{\pi}{2} \quad (95)$$

Т.е. для выполнения условий (92) и (94) тела 1 и 2 в рассматриваемый момент времени t_{2p} должны находиться на линии, параллельной оси O_2y_2 .

Также в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ при выполнении условия (92) представляет интерес положение тела 2 при нахождении на оси O_2x_2 тела 1 в момент времени t_{21} , равный t_{21h} , когда:

$$t_{21h} = 0 \quad (96)$$

Значение времени t_{22} при выполнении условий (92) и (96) обозначим t_{22h} , для которого уравнение (93) примет вид:

$$t_{22h} = \left(1 - \frac{1}{\gamma_V^2}\right) \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22h})] \cdot \frac{R}{V} \quad (97)$$

или:

$$\omega \cdot t_{22h} = \left(1 - \frac{1}{\gamma_V^2}\right) \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22h})] \cdot \frac{v_R}{V} \quad (98)$$

Как видно из уравнения (98), значение времени t_{22h} в зависимости от значения коэффициента пропорциональности γ_V может быть:

- $t_{22h} > 0$ при $\gamma_V > 1$;
- $t_{22h} < 0$ при $0 < \gamma_V < 1$;
- $t_{22h} = 0$ при $\gamma_V = 1$.

Теперь можем приступить к использованию закона сохранения импульса для составления уравнений.

Рассмотрим два момента времени в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

В качестве первого момента времени выберем t_{1p} .

Согласно условиям (92), (94) и (95) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{2p} тела 1 и 2 находятся на линии, параллельной оси O_2y_2 , а в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ тела 1 и 2 будут находиться на линии, параллельной оси O_1y_1 , в момент времени t_{11} (t_{12}), равный t_{1p} и которому соответствует момент времени t_{2p} в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$.

Как показано на рис. 15, согласно уравнениям (95), (78)-(81) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{2p} тела 1 и 2 соответственно имеют следующие значения проекций v_{21xp} , v_{21yp} и v_{22xp} , v_{22yp} скоростей своего движения на оси O_2x_2 и O_2y_2 :

$$v_{21xp} = -v_R \quad (99)$$

$$v_{21yp} = 0 \quad (100)$$

$$v_{22xp} = v_R \quad (101)$$

$$v_{22yp} = 0 \quad (102)$$

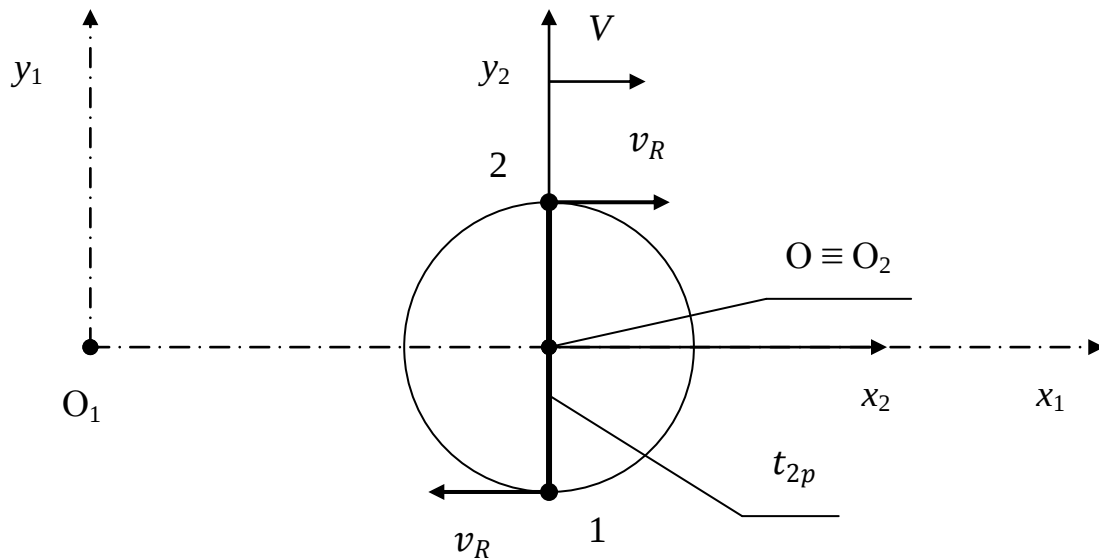


Рис. 15

Тогда, исходя из формул (7), (9) и равенств (99)-(102), в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1p} тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь следующие значения проекций v_{11xp} , v_{11yp} и

v_{12xp} , v_{12yp} скоростей своего движения на оси O_1x_1 и O_1y_1 :

$$v_{11xp} = \frac{V - v_R}{1 - \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_R}{\gamma_V^2 \cdot V}} \quad (103)$$

$$v_{11yp} = 0 \quad (104)$$

$$v_{12xp} = \frac{V + v_R}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_R}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (105)$$

$$v_{12yp} = 0 \quad (106)$$

Отсюда, используя формулу (64), можно отметить, что в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1p} тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь следующие значения проекций P_{11xp} , P_{11yp} и P_{12xp} , P_{12yp} импульсов на оси O_1x_1 и O_1y_1 :

$$P_{11xp} = M_0 \cdot \gamma_{v11xp} \cdot v_{11xp} \quad (107)$$

$$P_{12xp} = M_0 \cdot \gamma_{v12xp} \cdot v_{12xp} \quad (108)$$

$$P_{11yp} = 0 \quad (109)$$

$$P_{12yp} = 0 \quad (110)$$

где: γ_{v11xp} и γ_{v12xp} - коэффициенты пропорциональности при скорости V , равной v_{11xp} и v_{12xp} соответственно.

В качестве второго момента времени выберем t_{1h} .

Согласно условиям (92) и (96) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени $t_{21h} = 0$ тело 1 будет находиться на оси O_2x_2 , а в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ тело 1 будет находиться на оси O_1x_1 в момент времени t_{11} (t_{12}), равный t_{1h} и которому соответствует момент времени $t_{21h} = 0$ в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$.

Причем в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ согласно уравнению (98) при величине коэффициента пропорциональности $\gamma_V \neq 1$ тело 2 не может находиться на оси O_2x_2 в момент времени t_{22h} , которому соответствует момент времени t_{1h} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

Т.е. тело 1 находится на оси O_1x_1 в неподвижной системе отсчета

$O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} , которому соответствует момент времени $t_{21h} = 0$ в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, а тело 2 в момент времени t_{1h} не может лежать на оси O_2x_2 (при коэффициенте пропорциональности $\gamma_V \neq 1$).

Как показано на рис. 16, в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ тело 1 в момент времени $t_{21h} = 0$ и тело 2 в момент времени t_{22h} соответственно имеют проекции v_{21xh} , v_{21yh} и v_{22xh} , v_{22yh} скоростей своего движения на оси O_2x_2 и O_2y_2 , причем:

$$v_{21xh} = 0 \quad (111)$$

$$v_{21yh} = -v_R \quad (112)$$

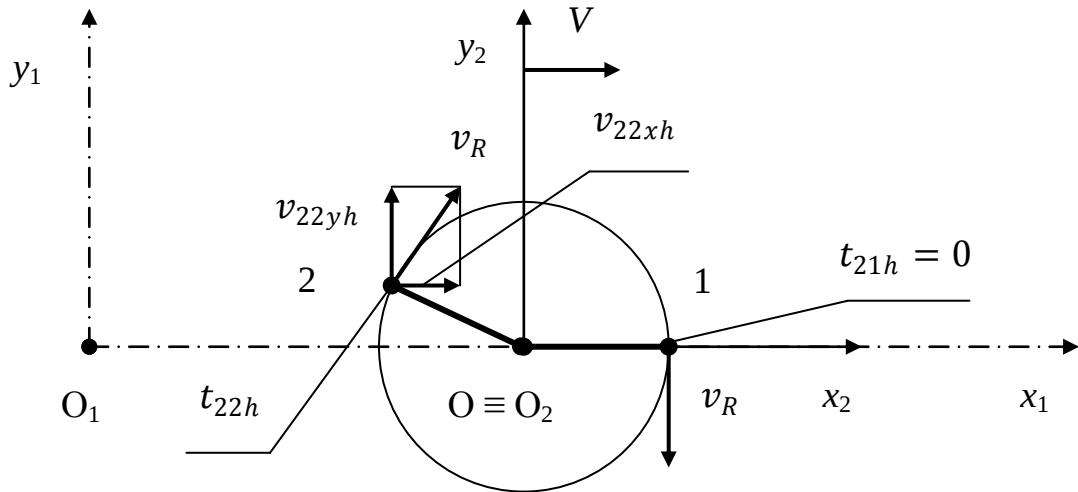


Рис. 16

Тогда, исходя из формул (7), (9) и равенств (111), (112) в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь значения проекций v_{11xh} , v_{11yh} и v_{12xh} , v_{12yh} скоростей своего движения на оси O_1x_1 и O_1y_1 :

$$v_{11xh} = V \quad (113)$$

$$v_{11yh} = -\frac{v_R}{\gamma_V} \quad (114)$$

$$v_{12xh} = \frac{V + v_{22xh}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{22xh}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (115)$$

$$v_{12yh} = \frac{v_{22yh}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{22xh}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (116)$$

Учитывая уравнение (98), можно отметить, что:

- при коэффициенте пропорциональности $\gamma_V > 1$ время $t_{22h} > 0$, поэтому проекция скорости v_{22yh} будет иметь направление по оси O_2y_2 ;
- при коэффициенте перехода $0 < \gamma_V < 1$ время $t_{22h} < 0$, поэтому проекция v_{22yh} скорости будет иметь направление, противоположное направлению оси O_2y_2 .

Из уравнений (80) и (81) следует, что:

$$v_{22xh}^2 + v_{22yh}^2 = v_R^2 \quad (117)$$

Используя формулу (64), можно отметить, что в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь следующие значения проекций P_{11xh} , P_{11yh} и P_{12xh} , P_{12yh} импульсов на оси O_1x_1 и O_1y_1 :

$$P_{11xh} = M_o \cdot \gamma_{v11h} \cdot v_{11xh} \quad (118)$$

$$P_{12xh} = M_o \cdot \gamma_{v12h} \cdot v_{12xh} \quad (119)$$

$$P_{11yh} = M_o \cdot \gamma_{v11h} \cdot v_{11yh} \quad (120)$$

$$P_{12yh} = M_o \cdot \gamma_{v12h} \cdot v_{12yh} \quad (121)$$

где: γ_{v11h} и γ_{v12h} - коэффициенты пропорциональности при скорости V , равной v_{11h} и v_{12h} соответственно, причем:

$$v_{11h}^2 = v_{11xh}^2 + v_{11yh}^2 \quad (122)$$

$$v_{12h}^2 = v_{12xh}^2 + v_{12yh}^2 \quad (123)$$

В связи с тем, что механическая система тел 1 и 2 (и нити 3) является замкнутой, закон сохранения импульса позволяет записать для моментов времени t_{1p} и t_{1h} следующие уравнения:

$$P_{11xp} + P_{12xp} = P_{11xh} + P_{12xh}$$

$$P_{11yp} + P_{12yp} = P_{11yh} + P_{12yh}$$

или:

$$\begin{aligned} & (M_o \cdot \gamma_{v11xp} \cdot v_{11xp}) + (M_o \cdot \gamma_{v12xp} \cdot v_{12xp}) = \\ & = (M_o \cdot \gamma_{v11h} \cdot v_{11xh}) + (M_o \cdot \gamma_{v12h} \cdot v_{12xh}) \end{aligned} \quad (124)$$

$$0 = (M_o \cdot \gamma_{v11h} \cdot v_{11yh}) + (M_o \cdot \gamma_{v12h} \cdot v_{12yh}) \quad (125)$$

Получив уравнения (124) и (125), можем определить условия выполнения закона сохранения импульса для примера 2 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ для случая, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V (также и γ_v) лежат в диапазоне $\gamma_V \geq 1$ (и $\gamma_v \geq 1$).

Уравнения (124) и (125) с учетом формулы (33) примут вид:

$$\frac{M_o \cdot v_{11xp}}{\sqrt{1 - \frac{v_{11xp}^2}{c_1^2}}} + \frac{M_o \cdot v_{12xp}}{\sqrt{1 - \frac{v_{12xp}^2}{c_1^2}}} = \frac{M_o \cdot v_{11xh}}{\sqrt{1 - \frac{v_{11xh}^2 + v_{11yh}^2}{c_1^2}}} + \frac{M_o \cdot v_{12xh}}{\sqrt{1 - \frac{v_{12xh}^2 + v_{12yh}^2}{c_1^2}}} \quad (126)$$

$$0 = \frac{M_o \cdot v_{11yh}}{\sqrt{1 - \frac{v_{11xh}^2 + v_{11yh}^2}{c_1^2}}} + \frac{M_o \cdot v_{12yh}}{\sqrt{1 - \frac{v_{12xh}^2 + v_{12yh}^2}{c_1^2}}} \quad (127)$$

Формулы (103)-(106) и (113)-(116) при использовании формулы (33)

можно записать:

$$v_{11xp} = \frac{V - v_R}{1 - \frac{V \cdot v_R}{c_1^2}} \quad (128)$$

$$v_{12xp} = \frac{V + v_R}{1 + \frac{V \cdot v_R}{c_1^2}} \quad (129)$$

$$v_{11xh} = V \quad (113)$$

$$v_{11yh} = - \left(v_R \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}} \right) \quad (130)$$

$$v_{12xh} = \frac{V + v_{22xh}}{1 + \frac{V \cdot v_{22xh}}{c_1^2}} \quad (131)$$

$$v_{12yh} = \frac{v_{22yh} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{22xh}}{c_1^2}} \quad (132)$$

Вставив проекции скоростей v_{11xp} , v_{12xp} , v_{11xh} , v_{11yh} , v_{12xh} и v_{12yh} из формул (113), (128)-(132) в уравнения (126) и (127) и используя формулу (117), получим:

$$\begin{aligned} & \frac{M_o \cdot (V - v_R)}{\sqrt{1 - \frac{v_R^2}{c_1^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}} + \frac{M_o \cdot (V + v_R)}{\sqrt{1 - \frac{v_R^2}{c_1^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}} = \\ & = \frac{M_o \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{v_R^2}{c_1^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}} + \frac{M_o \cdot (V + v_{22xh})}{\sqrt{1 - \frac{v_R^2}{c_1^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}} \end{aligned} \quad (133)$$

$$0 = -\frac{M_o \cdot v_R}{\sqrt{1 - \frac{v_R^2}{c_1^2}}} + \frac{M_o \cdot v_{22yh}}{\sqrt{1 - \frac{v_R^2}{c_1^2}}} \quad (134)$$

или:

$$V - v_R + V + v_R = V + V + v_{22xh} \quad (135)$$

$$0 = -v_R + v_{22yh} \quad (136)$$

Из уравнений (135) и (136) получаем необходимые условия (значения проекций скоростей v_{22xh} и v_{22yh}), при которых в примере 2 будет выполняться закон сохранения импульса в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ для случая, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V находятся в диапазоне $\gamma_V \geq 1$:

$$v_{22xh} = 0 \quad (137)$$

$$v_{22yh} = v_R \quad (138)$$

Из равенств (137) и (138) следует, что величины проекций скоростей v_{22xh} и v_{22yh} не зависят от величины скорости V (и, следовательно, не зависят от величины коэффициента пропорциональности γ_V).

Подставив условия (137) и (138) в уравнения (80) и (81), получим:

$$t_{22h} = t_{21h} = 0 \quad (139)$$

А подставив уравнение (139) в формулу (98):

$$\omega \cdot 0 = \left(1 - \frac{1}{\gamma_V^2}\right) \cdot [1 + 1] \cdot \frac{v_R}{V} \quad (140)$$

будем иметь еще одно условие выполнения закона сохранения импульса в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ для примера 2:

$$\gamma_V = 1 \quad (141)$$

Таким образом, можно сделать вывод, что в замкнутой механической системе тел, рассматриваемой в примере 2, для значений коэффициента пропорциональности $\gamma_V > 1$ закон сохранения импульса не выполняется.

Аналогично, используя уравнения (124) и (125), можем определить условия выполнения закона сохранения импульса для примера 2 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ для случая, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V (также и γ_v) лежат в диапазоне $0 < \gamma_V \leq 1$ (и $0 < \gamma_v \leq 1$).

С учетом формулы (34) уравнения (124) и (125) примут вид:

$$\frac{M_0 \cdot v_{11xp}}{\sqrt{1 + \frac{v_{11xp}^2}{c_2^2}}} + \frac{M_0 \cdot v_{12xp}}{\sqrt{1 + \frac{v_{12xp}^2}{c_2^2}}} = \frac{M_0 \cdot v_{11xh}}{\sqrt{1 + \frac{v_{11xh}^2 + v_{11yh}^2}{c_2^2}}} + \frac{M_0 \cdot v_{12xh}}{\sqrt{1 + \frac{v_{12xh}^2 + v_{12yh}^2}{c_2^2}}} \quad (142)$$

$$0 = \frac{M_0 \cdot v_{11yh}}{\sqrt{1 + \frac{v_{11xh}^2 + v_{11yh}^2}{c_2^2}}} + \frac{M_0 \cdot v_{12yh}}{\sqrt{1 + \frac{v_{12xh}^2 + v_{12yh}^2}{c_2^2}}} \quad (143)$$

Формулы (103)-(106) и (113)-(116) при использовании формулы (34) можно записать:

$$v_{11xp} = \frac{V - v_R}{1 + \frac{V \cdot v_R}{c_2^2}} \quad (144)$$

$$v_{12xp} = \frac{V + v_R}{1 - \frac{V \cdot v_R}{c_2^2}} \quad (145)$$

$$v_{11xh} = V \quad (113)$$

$$v_{11yh} = - \left(v_R \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}} \right) \quad (146)$$

$$v_{12xh} = \frac{V + v_{22xh}}{1 - \frac{V \cdot v_{22xh}}{c_2^2}} \quad (147)$$

$$v_{12yh} = \frac{v_{22yh} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{22xh}}{c_2^2}} \quad (148)$$

Вставив проекции скоростей v_{11xp} , v_{12xp} , v_{11xh} , v_{11yh} , v_{12xh} и v_{12yh} из формул (113), (144)-(148) в уравнения (142) и (143) и используя формулу (117), получим:

$$\begin{aligned} & \frac{M_0 \cdot (V - v_R)}{\sqrt{1 + \frac{v_R^2}{c_2^2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}} + \frac{M_0 \cdot (V + v_R)}{\sqrt{1 + \frac{v_R^2}{c_2^2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}} = \\ & = \frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1 + \frac{v_R^2}{c_2^2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}} + \frac{M_0 \cdot (V + v_{22xh})}{\sqrt{1 + \frac{v_R^2}{c_2^2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}} \end{aligned} \quad (149)$$

$$0 = - \frac{M_0 \cdot v_R}{\sqrt{1 + \frac{v_R^2}{c_2^2}}} + \frac{M_0 \cdot v_{22yh}}{\sqrt{1 + \frac{v_R^2}{c_2^2}}} \quad (150)$$

или:

$$V - v_R + V + v_R = V + V + v_{22xh} \quad (135)$$

$$0 = -v_R + v_{22yh} \quad (136)$$

Из уравнений (135) и (136) получаем необходимые условия (значения проекций скоростей v_{22xh} и v_{22yh}), при которых в примере 2 в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ будет выполняться закон сохранения импульса для случая, когда значения коэффициента

пропорциональности γ_V лежат в диапазоне $0 < \gamma_V \leq 1$:

$$v_{22xh} = 0 \quad (137)$$

$$v_{22yh} = v_R \quad (138)$$

Равенства (137) и (138), как уже было показано при рассмотрении случая, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V находятся в диапазоне $\gamma_V \geq 1$, приведут к такому же условию выполнения закона сохранения импульса в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ для примера 2 и для случая, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V находятся в диапазоне $0 < \gamma_V \leq 1$:

$$\gamma_V = 1 \quad (141)$$

Следовательно, можно сделать аналогичный вывод, что в замкнутой механической системе тел, рассматриваемой в примере 2, для значений коэффициента пропорциональности $0 < \gamma_V < 1$ закон сохранения импульса так же не выполняется.

Обобщив полученные результаты, можно отметить, что в замкнутой механической системе тел, рассмотренной в примере 2, для значений коэффициента пропорциональности $\gamma_V > 1$ и $0 < \gamma_V < 1$ закон сохранения импульса не выполняется.

Закон сохранения импульса будет выполняться только при коэффициенте пропорциональности γ_V , равном 1.

В случае обязательности выполнения закона сохранения импульса замкнутой механической системы тел, рассмотренной в примере 2, опираясь на формулы (26)-(28), и учитывая, что коэффициент пропорциональности $\gamma_V = 1$, постоянные величины c_1 и c_2 будут иметь следующие значения:

$$c_1 = \pm \infty \quad (151)$$

$$c_2 = \pm \infty \quad (152)$$

8. Оценка величин импульсов в примере 3

Учитывая возможное замечание о том, что в примере 2 невыполнение

закона сохранения импульса может быть связано с принятым предположением о бесконечно малой массе нити 3, рассмотрим пример 3.

Пример 3 отличается от примера 2 тем, что в примере 3 масса нити 3 не является бесконечно малой величиной.

Постараемся на примере 3 оценить влияние величины импульса нити 3 на значение импульса системы тел 1 и 2 и нити 3.

Допустим, что имеются две инерциальные системы отсчета, аналогичные системам отсчета, изображенным на рис. 1, неподвижная $O_1x_1y_1z_1$ и подвижная $O_2x_2y_2z_2$, которая движется со скоростью V параллельно оси O_1x_1 относительно системы $O_1x_1y_1z_1$.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис. 13 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы M_0 в состоянии покоя, и нити 3.

Тела 1 и 2 соединены нитью 3, имеющей равномерно распределенную по длине массу m_0 в состоянии покоя.

Тела 1 и 2 вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс - точки O .

Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки O равно R .

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с нитью 3 в подвижную систему отсчета $O_2x_2y_2z_2$ таким образом, чтобы точка O была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат O_2 , а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы по часовой стрелке в плоскости $O_2x_2y_2$, как показано на рис. 14.

Также допустим, что в момент начала отсчета времени ($t_2=0$) в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ тела 1 и 2 находились на оси O_2x_2 , причем тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

В подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в любой момент времени t_2 тела 1 и 2 будут иметь скорости v_{21} и v_{22} , равные v_R :

$$v_{21} = v_{22} = v_R = \omega \cdot R \quad (77)$$

При этом проекции v_{21x} и v_{21y} скорости тела 1 и проекции v_{22x} и v_{22y}

скорости тела 2 на оси O_2x_2 и O_2y_2 соответственно для момента времени t_2 будут равны:

$$v_{21x} = - [v_R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] \quad (153)$$

$$v_{21y} = - [v_R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (154)$$

$$v_{22x} = v_R \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \quad (155)$$

$$v_{22y} = v_R \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \quad (156)$$

Связь между координатами x_{21} и y_{21} тела 1, координатами x_{22} и y_{22} тела 2 в зависимости от времени t_2 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ можно записать в виде:

$$x_{21} = R \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \quad (157)$$

$$y_{21} = - [R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] \quad (158)$$

$$x_{22} = - [R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (159)$$

$$y_{22} = R \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \quad (160)$$

Аналогично для подвижной системы отсчета $O_2x_2y_2z_2$ можно получить зависимости:

- проекций $v_{21x\rho i}$ и $v_{21y\rho i}$ скорости i -той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_i от точки О на отрезке от точки О до тела 1, на оси O_2x_2 и O_2y_2 от момента времени t_2 :

$$v_{21x\rho i} = - \left[v_R \cdot \frac{\rho_i}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \right] \quad (161)$$

$$v_{21y\rho i} = - \left[v_R \cdot \frac{\rho_i}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \right] \quad (162)$$

- проекций $v_{22x\rho j}$ и $v_{22y\rho j}$ скорости j -той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_j от точки О на отрезке от точки О до тела 2, на оси O_2x_2 и O_2y_2 от момента времени t_2 :

$$v_{22x\rho j} = v_R \cdot \frac{\rho_j}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \quad (163)$$

$$v_{22y\rho j} = v_R \cdot \frac{\rho_j}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \quad (164)$$

- значений координат $x_{21\rho i}$ и $y_{21\rho i}$ i -той точки нити 3 и координат $x_{22\rho j}$ и $y_{22\rho j}$ j -той точки нити 3:

$$x_{21\rho i} = \rho_i \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \quad (165)$$

$$y_{21\rho i} = -[\rho_i \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] \quad (166)$$

$$x_{22\rho j} = -[\rho_j \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (167)$$

$$y_{22\rho j} = \rho_j \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \quad (168)$$

Теперь можно перейти к рассмотрению движения системы тел 1 и 2 и нити 3 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

Допустим, что, как показано на рис.17, подвижная инерциальная система отсчета $O_2x_2y_2z_2$ движется со скоростью V относительно неподвижной системы отсчета $O_1x_1y_1z_1$, причем в качестве начала отсчета времени ($t_1=0$ и $t_2=0$) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O_1 и O_2 этих систем совпадают (т.е. совпадают точки O_1 , O_2 и O).

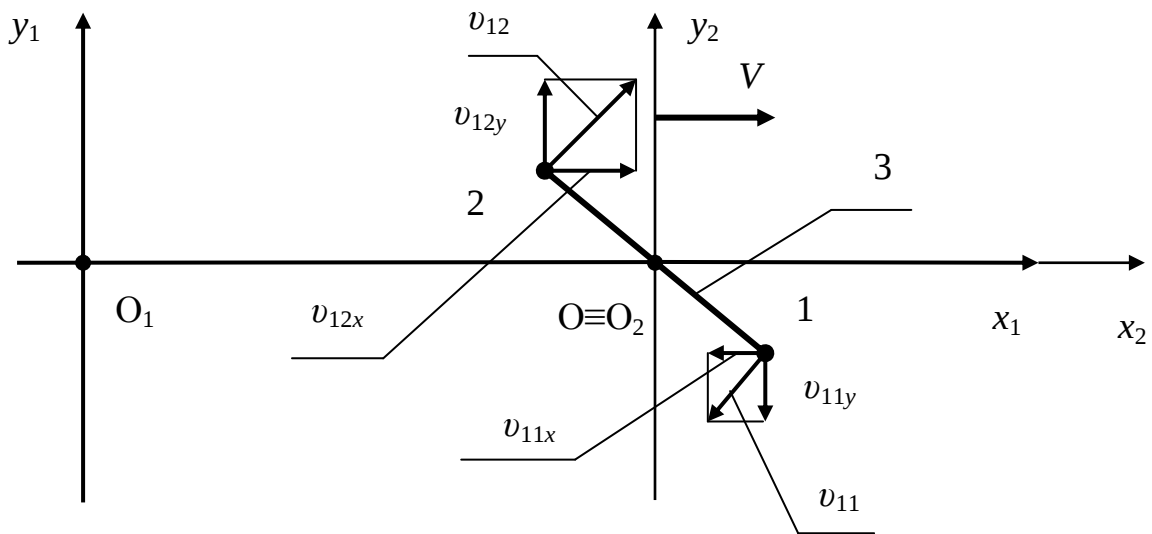


Рис. 17

Исходя из уравнений (1)-(3), (5)-(7), (9), для рассмотрения движения тела 1 можно написать следующее:

- связь между координатами x_{11} и y_{11} тела 1 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами x_{21} и y_{21} тела 1 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{11} = \gamma_V \cdot [x_{21} + (V \cdot t_2)] \quad (169)$$

$$x_{21} = \gamma_V \cdot [x_{11} - (V \cdot t_1)] \quad (170)$$

$$y_{11} = y_{21} \quad (87)$$

- связь между значениями времен t_1 и t_2 при описании движения тела 1:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{21}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \quad (171)$$

$$t_2 = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot x_{11}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_1) \quad (172)$$

причем с учетом уравнения (157) формула (171) примет вид:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \quad (173)$$

- связь между проекциями v_{x11} и v_{y11} скорости v_{11} движения тела 1 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и аналогичными проекциями v_{x21} и v_{y21} скорости v_{21} движения тела 1 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{x11} = \frac{v_{x21} + V}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x21}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (174)$$

$$v_{y11} = \frac{v_{y21}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x21}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (175)$$

Аналогично для рассмотрения движения тела 2 можно записать:

- связь между координатами x_{12} и y_{12} тела 2 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами x_{22} и y_{22} тела 2 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{12} = \gamma_V \cdot [x_{22} + (V \cdot t_2)] \quad (176)$$

$$x_{22} = \gamma_V \cdot [x_{12} - (V \cdot t_1)] \quad (177)$$

$$y_{12} = y_{22} \quad (89)$$

- связь между значениями времен t_1 и t_2 при описании движения тела 2:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{22}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \quad (178)$$

$$t_2 = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot x_{12}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_1) \quad (179)$$

причем с учетом уравнения (159) формула (178) примет вид:

$$t_1 = - \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \quad (180)$$

- связь между проекциями v_{x12} и v_{y12} скорости v_{12} движения тела 2 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и аналогичными проекциями v_{x22} и v_{y22} скорости v_{22} движения тела 2 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{x12} = \frac{v_{x22} + V}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x22}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (181)$$

$$v_{y12} = \frac{v_{y22}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x22}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (182)$$

Также для рассмотрения движения i -той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_i от точки O на отрезке от точки O до тела 1 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, можно написать следующее:

- связь между координатами $x_{11\rho i}$ и $y_{11\rho i}$ i -той точки нити 3 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами $x_{21\rho i}$ и $y_{21\rho i}$ i -той точки нити 3 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{11\rho i} = \gamma_V \cdot [x_{21\rho i} + (V \cdot t_2)] \quad (183)$$

$$x_{21\rho i} = \gamma_V \cdot [x_{11\rho i} - (V \cdot t_1)] \quad (184)$$

$$y_{11\rho i} = y_{21\rho i} \quad (185)$$

- связь между значениями времен t_1 и t_2 при описании движения i -той точки нити 3:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{21\rho i}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \quad (186)$$

$$t_2 = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot x_{11\rho i}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_1) \quad (187)$$

причем с учетом уравнения (165) формула (186) примет вид:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot \rho_i \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \quad (188)$$

- связь между проекциями $v_{x11\rho i}$ и $v_{y11\rho i}$ скорости $v_{11\rho i}$ движения i -той точки нити 3 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и аналогичными проекциями $v_{x21\rho i}$ и $v_{y21\rho i}$ скорости $v_{21\rho i}$ движения i -той точки нити 3 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{x11\rho i} = \frac{v_{x21\rho i} + V}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x21\rho i}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (189)$$

$$v_{y11\rho i} = \frac{v_{y21\rho i}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x21\rho i}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (190)$$

И для рассмотрения движения j -той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_j от точки O на отрезке от точки O до тела 2 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, можно записать:

- связь между координатами $x_{12\rho j}$ и $y_{12\rho j}$ j -той точки нити 3 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами $x_{22\rho j}$ и $y_{22\rho j}$ j -той точки нити 3 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{12\rho j} = \gamma_V \cdot [x_{22\rho j} + (V \cdot t_2)] \quad (191)$$

$$x_{22\rho j} = \gamma_V \cdot [x_{12\rho j} - (V \cdot t_1)] \quad (192)$$

$$y_{12\rho j} = y_{22\rho j} \quad (193)$$

- связь между значениями времен t_1 и t_2 при описании движения j -той точки нити 3:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{22\rho j}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \quad (194)$$

$$t_2 = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot x_{12\rho j}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_1) \quad (195)$$

причем с учетом уравнения (167) формула (194) примет вид:

$$t_1 = - \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot \rho_j \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \quad (196)$$

- связь между проекциями $v_{x12\rho j}$ и $v_{y12\rho j}$ скорости $v_{12\rho j}$ движения j -той точки нити 3 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и аналогичными проекциями $v_{x22\rho j}$ и $v_{y22\rho j}$ скорости $v_{22\rho j}$ движения j -той точки нити 3 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{x12\rho j} = \frac{v_{x22\rho j} + V}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x22\rho j}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (197)$$

$$v_{y12\rho j} = \frac{v_{y22\rho j}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x22\rho j}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (198)$$

Для того, чтобы приступить к проверке закона сохранения импульса необходимо выбрать два момента времени в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

Первый момент времени – это t_{1p} .

Предположим, что в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_1 , равный t_{1p} , тела 1 и 2 находятся на линии, параллельной оси O_1y_1 (или совпадающей с ней), т.е. когда:

$$x_{11} = x_{12} \quad (199)$$

Условие (199) возможно только в случае, когда в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , равный t_{2p} , соответствующий моменту времени t_{1p} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$, выполняются следующие условия:

$$x_{21} = x_{22} \quad (200)$$

$$\omega \cdot t_{2p} = \frac{\pi}{2} \quad (201)$$

Как показано на рис. 15, согласно уравнениям (201), (153)-(156) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{2p} тела 1 и 2 соответственно имеют следующие значения проекций v_{21xp} , v_{21yp} и v_{22xp} , v_{22yp} скоростей своего движения на оси O_2x_2 и O_2y_2 :

$$v_{21xp} = -v_R \quad (99)$$

$$v_{21yp} = 0 \quad (100)$$

$$v_{22xp} = v_R \quad (101)$$

$$v_{22yp} = 0 \quad (102)$$

А в соответствии с уравнениями (201), (161)-(164) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{2p} i -тая точка нити 3, находящаяся на расстоянии ρ_i от точки О на отрезке от точки О до тела 1, и j -тая точка нити 3, находящаяся на расстоянии ρ_j от точки О на отрезке от точки О до тела 2, соответственно имеют следующие значения проекций $v_{21x\rho ip}$, $v_{21y\rho ip}$ и $v_{22x\rho jp}$, $v_{22y\rho jp}$ скоростей своего движения на оси O_2x_2 и O_2y_2 :

$$v_{21x\rho ip} = -(v_R \cdot \frac{\rho_i}{R}) \quad (202)$$

$$v_{21y\rho ip} = 0 \quad (203)$$

$$v_{22x\rho jp} = v_R \cdot \frac{\rho_j}{R} \quad (204)$$

$$v_{22y\rho jp} = 0 \quad (205)$$

Вторым моментом времени выберем t_{1h} .

Предположим, что, как показано на рис.16, в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_1 , равный t_{1h} , положение тела 1 будет соответствовать положению тела 1 в момент времени t_2 , равный t_{21h} :

$$t_{21h} = 0 \quad (206)$$

в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, т.е. когда тело 1 будет находиться на оси O_2x_2 .

Значение времени t_{1h} можно определить из уравнения (172), исходя из условия (206):

$$t_{1h} = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R}{\gamma_V \cdot V} \quad (207)$$

Согласно уравнениям (206), (153)-(154) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{21h} тело 1 будет иметь следующие значения проекций v_{21xh} и v_{21yh} скорости своего движения на оси O_2x_2 и O_2y_2 :

$$v_{21xh} = 0 \quad (111)$$

$$v_{21yh} = -v_R \quad (112)$$

Положению тела 2 в момент времени t_1 , равный t_{1h} , в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ будет соответствовать в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ положение тела 2 в момент времени t_2 , равный t_{22h} , который может быть определен, исходя из уравнений (180) и (207):

$$\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R}{\gamma_V \cdot V} = - \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{22h})}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{22h}) \quad (208)$$

или:

$$(\omega \cdot t_{22h}) = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22h})] \cdot v_R}{\gamma_V^2 \cdot V} \quad (209)$$

Аналогично положению i -той точки нити 3 в момент времени t_1 , равный t_{1h} , в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ будет соответствовать в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ положение этой i -той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_i от точки О на отрезке от точки О до тела 1, в момент времени t_2 , равный $t_{21\rho ih}$, который может быть определен, исходя из уравнений (188) и (207):

$$\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R}{\gamma_V \cdot V} = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot \rho_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{21\rho ih})}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{21\rho ih}) \quad (210)$$

или:

$$(\omega \cdot t_{21\rho ih}) = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_R}{\gamma_V \cdot V} \cdot \left\{ 1 - \left[\frac{\rho_i}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t_{21\rho ih}) \right] \right\} \quad (211)$$

Также положению j -той точки нити 3 в момент времени t_1 , равный

t_{1h} , в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ будет соответствовать в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ положение этой j -той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_j от точки О на отрезке от точки О до тела 2, в момент времени t_2 , равный $t_{22\rho jh}$, который может быть определен, исходя из уравнений (196) и (207):

$$\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R}{\gamma_V \cdot V} = - \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot \rho_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{22\rho jh})}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{22\rho jh}) \quad (212)$$

или:

$$(\omega \cdot t_{22\rho jh}) = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_R}{\gamma_V^2 \cdot V} \cdot \left\{ 1 + \left[\frac{\rho_j}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t_{22\rho jh}) \right] \right\} \quad (213)$$

Чтобы не заниматься сложными вычислениями в уравнениях (209), (211) и (213), значения импульсов постараемся определить на простых числовых примерах.

Для рассмотрения в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ нить 3 условно разделим на 17 равных частей ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ и $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$) с размещением в центре каждой части точечного тела с массой покоя m_{017} , равной:

$$m_{017} = \frac{m_0}{17} \quad (214)$$

При этом расстояние ρ_i от точки О до i -той точки нити 3, находящейся на отрезке от точки О до тела 1, будет равно:

$$\rho_i = \frac{2 \cdot i}{17} \quad (215)$$

А расстояние ρ_j от точки О до j -той точки нити 3, находящейся на отрезке от точки О до тела 2, будет равно:

$$\rho_j = \frac{2 \cdot j}{17} \quad (216)$$

Вначале рассмотрим случай, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V (также и γ_v) лежат в диапазоне $\gamma_V \geq 1$ (и $\gamma_v \geq 1$).

В случае, если значения коэффициента пропорциональности γ_v находятся в диапазоне $\gamma_v \geq 1$, то, как следует из формулы (72), в любой

инерциальной системе отсчета $Oxuz$ проекции P_x и P_y импульса движущейся со скоростью v материальной точки, имеющей массу покоя m_0 , на оси Ox и Oy соответственно можно записать:

$$P_x = \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - \frac{(v_x^2 + v_y^2)}{c_1^2}}} \quad (217)$$

$$P_y = \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - \frac{(v_x^2 + v_y^2)}{c_1^2}}} \quad (218)$$

где: v_x и v_y - проекции скорости v материальной точки на оси Ox и Oy соответственно.

Примем в рассматриваемом примере 3 (изображенном на рис.13 – рис. 17), что:

$$\frac{V}{c_1} = 0,9 \quad (219)$$

$$\frac{v_R}{c_1} = 0,8 \quad (220)$$

$$\frac{m_0}{M_0} = 0,1 \quad (221)$$

Для определения значений импульсов системы тел 1 и 2 и нити 3 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1p} будем использовать уравнения (99)-(102), (217), (218), исходные данные (214)-(216), (219)-(221) и формулы, полученные из уравнений (174), (175), (181), (182), (189), (190), (197) и (198) с учетом уравнения (33):

$$v_{x11} = \frac{v_{x21} + V}{1 + \frac{V \cdot v_{x21}}{c_1^2}} \quad (222)$$

$$v_{y11} = \frac{v_{y21} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x21}}{c_1^2}} \quad (223)$$

$$v_{x12} = \frac{v_{x22} + V}{1 + \frac{V \cdot v_{x22}}{c_1^2}} \quad (224)$$

$$v_{y12} = \frac{v_{y22} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x22}}{c_1^2}} \quad (225)$$

$$v_{x11\rho i} = \frac{v_{x21\rho i} + V}{1 + \frac{V \cdot v_{x21\rho i}}{c_1^2}} \quad (226)$$

$$v_{y11\rho i} = \frac{v_{y21\rho i} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x21\rho i}}{c_1^2}} \quad (227)$$

$$v_{x12\rho j} = \frac{v_{x22\rho j} + V}{1 + \frac{V \cdot v_{x22\rho j}}{c_1^2}} \quad (228)$$

$$v_{y12\rho j} = \frac{v_{y22\rho j} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c_1^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x22\rho j}}{c_1^2}} \quad (229)$$

Результаты цифрового расчета сведем в таблицу 7.

Диапазон $\gamma_v \geq 1$ (и $\gamma_v \geq 1$). Момент времени t_{1p} .

Объект	Подвижная система отсчета $O_2x_2y_2z_2$		Неподвижная система отсчета $O_1x_1y_1z_1$			
	Проекция скорости движения (размерность c_1)		Проекция скорости движения (размерность c_1)		Проекция импульса (размерность $c_1 \cdot M_0$)	
	на ось O_2x_2	на ось O_2y_2	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1
Тело 1	-0,8	0	0,3571429	0	0,3823596	0
Тело 2	0,8	0	0,9883721	0	6,5001125	0
Тело 1 и тело 2					6,8824472	0
$i = 0$	0	0	0,9	0	0,0121455	0
$i = 1$	-0,09412	0	0,8804627	0	0,0109239	0
$i = 2$	-0,18824	0	0,8569405	0	0,0097801	0
$i = 3$	-0,28235	0	0,8280757	0	0,0086887	0
$i = 4$	-0,37647	0	0,7918149	0	0,0076261	0
$i = 5$	-0,47059	0	0,744898	0	0,0065676	0
$i = 6$	-0,56471	0	0,6818182	0	0,0054827	0
$i = 7$	-0,65882	0	0,5924855	0	0,0043263	0
$i = 8$	-0,75294	0	0,4562044	0	0,0030156	0
$j = 1$	0,094118	0	0,9164859	0	0,0134755	0
$j = 2$	0,188235	0	0,9305835	0	0,0149531	0
$j = 3$	0,282353	0	0,99427767	0	0,0166327	0
$j = 4$	0,376471	0	0,9534271	0	0,0185940	0
$j = 5$	0,470588	0	0,9628099	0	0,0209623	0
$j = 6$	0,564706	0	0,9711388	0	0,0239506	0
$j = 7$	0,658824	0	0,978582	0	0,0279629	0
$j = 8$	0,752941	0	0,9852735	0	0,0338959	0
Нить 3					0,2389836	0
Тело 1, тело 2 и нить 3					7,1214557	0

Для определения значений импульсов системы тел 1 и 2 и нити 3 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} будем

использовать уравнения (155)-(156), (161)-(164), (111)-(112), (217)-(218), (222)-(229), исходные данные (219)-(221), (214)-(216) и формулы, полученные из уравнений (209), (211) и (213) с учетом уравнения (33):

$$(\omega \cdot t_{22h}) = \frac{V \cdot v_R \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22h})]}{c_1^2} \quad (230)$$

$$(\omega \cdot t_{21\rho ih}) = \frac{V \cdot v_R}{c_1^2} \cdot \left\{ 1 - \left[\frac{\rho_i}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t_{21\rho ih}) \right] \right\} \quad (231)$$

$$(\omega \cdot t_{22\rho jh}) = \frac{V \cdot v_R}{c_1^2} \cdot \left\{ 1 + \left[\frac{\rho_j}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t_{22\rho jh}) \right] \right\} \quad (232)$$

Результаты цифрового расчета сведем в таблицу 8.

Диапазон $\gamma_V \geq 1$ (и $\gamma_v \geq 1$). Момент времени t_{1h} .

Объект	Подвижная система отсчета $O_2x_2y_2z_2$		Неподвижная система отсчета $O_1x_1y_1z_1$			
	Проекция скорости движения (размерность c_1)		Проекция скорости движения (размерность c_1)		Проекция импульса (размерность $c_1 \cdot M_0$)	
	на ось O_2x_2	на ось O_2y_2	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1
Тело 1	0	-0,8	0,9	-0,34871	3,441236	-1,333333
Тело 2	0,700743	0,385953	0,9816482	0,103168	6,1205934	0,6432543
Тело 1 и тело 2					9,5618294	-0,690079
$i = 0$	0	0	0,9	0	0,0121455	0
$i = 1$	-0,05716	-0,07477	0,8885503	-0,03436	0,0114249	-0,000442
$i = 2$	-0,10286	-0,15765	0,8784626	-0,07573	0,0109532	-0,000944
$i = 3$	-0,13452	-0,24825	0,8709212	-0,12311	0,0107684	-0,001522
$i = 4$	-0,14977	-0,3454	0,8671108	-0,17401	0,0109284	-0,002193
$i = 5$	-0,14699	-0,44704	0,8678151	-0,22457	0,0115169	-0,002980
$i = 6$	-0,12573	-0,55053	0,8730642	-0,27059	0,0126608	-0,003924
$i = 7$	-0,08687	-0,65307	0,8820957	-0,30881	0,0145863	-0,005106
$i = 8$	-0,03235	-0,75225	0,8936691	-0,33773	0,0177924	-0,006724
$j = 1$	0,066205	0,066896	0,9118716	0,027519	0,013097	0,000395
$j = 2$	0,139393	0,1265	0,9235324	0,048994	0,014282	0,000758
$j = 3$	0,217908	0,179553	0,934614	0,065433	0,0157261	0,001101
$j = 4$	0,300464	0,22683	0,9449365	0,077827	0,0174868	0,001440
$j = 5$	0,386083	0,269061	0,9544394	0,087037	0,0196698	0,001794
$j = 6$	0,474026	0,306907	0,9631315	0,093772	0,0224678	0,002187
$j = 7$	0,563739	0,34095	0,971058	0,098594	0,0262572	0,002666
$j = 8$	0,654805	0,371687	0,9782804	0,101939	0,0318835	0,003322
Нить 3					0,2736473	-0,010172
Тело 1, тело 2 и нить 3					9,8354767	-0,700351

В результате числового расчета для случая, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V (также и γ_v) находятся в диапазоне

$\gamma_V > 1$ (и $\gamma_v > 1$), было получено, что в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1p} замкнутая система тел 1 и 2 и нити 3 имеет проекцию импульса на ось O_1x_1 , равную $7,1214557 \cdot c_1 \cdot M_0$, и проекцию импульса на ось O_1y_1 , равную 0.

А в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} замкнутая система тел 1 и 2 и нити 3 имеет проекцию импульса на ось O_1x_1 , равную $9,8354767 \cdot c_1 \cdot M_0$, и проекцию импульса на ось O_1y_1 , равную $-0,700351 \cdot c_1 \cdot M_0$.

В итоге имеем нарушение закона сохранения импульса для замкнутой механической системы тел, т.к. $7,1214557 \neq 9,8354767$ и $0 \neq -0,700351$.

Причем учет массы нити 3 в расчете импульса системы тел 1 и 2 и нити 3 приводит к усугублению нарушения закона сохранения импульса.

В неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в случае, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V (также и γ_v) находятся в диапазоне $\gamma_V > 1$ (и $\gamma_v > 1$), импульс замкнутой системы тел 1 и 2 и нити 3 является не постоянной величиной, а функцией от времени t_1 .

Далее рассмотрим случай, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V (также и γ_v) лежат в диапазоне $0 < \gamma_V \leq 1$ (и $0 < \gamma_v \leq 1$).

В случае, если значения коэффициента пропорциональности γ_v находятся в диапазоне $0 < \gamma_v \leq 1$, то, как следует из формулы (75), в любой инерциальной системе отсчета $Oxyz$ проекции P_x и P_y импульса движущейся со скоростью v материальной точки, имеющей массу покоя m_0 , на оси Ox и Oy соответственно можно записать:

$$P_x = \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 + \frac{(v_x^2 + v_y^2)}{c_2^2}}} \quad (233)$$

$$P_y = \frac{m_o v_y}{\sqrt{1 + \frac{(v_x^2 + v_y^2)}{c_2^2}}} \quad (234)$$

где: v_x и v_y - проекции скорости v материальной точки на оси Ox и Oy соответственно.

Примем в рассматриваемом примере 3 (изображенном на рис.13 – рис. 17), что:

$$\frac{V}{c_2} = 0,9 \quad (235)$$

$$\frac{v_R}{c_2} = 0,8 \quad (236)$$

$$\frac{m_0}{M_0} = 0,1 \quad (237)$$

Для определения значений импульсов системы тел 1 и 2 и нити 3 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1p} будем использовать уравнения (99)-(102), (233)-(234), исходные данные (214)-(216), (235)-(237) и формулы, полученные из уравнений (174), (175), (181), (182), (189), (190), (197) и (198) с учетом уравнения (34):

$$v_{x11} = \frac{v_{x21} + V}{1 - \frac{V \cdot v_{x21}}{c_2^2}} \quad (238)$$

$$v_{y11} = \frac{v_{y21} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x21}}{c_2^2}} \quad (239)$$

$$v_{x12} = \frac{v_{x22} + V}{1 - \frac{V \cdot v_{x22}}{c_2^2}} \quad (240)$$

$$v_{y12} = \frac{v_{y22} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x22}}{c_2^2}} \quad (241)$$

$$v_{x11\rho i} = \frac{v_{x21\rho i} + V}{1 - \frac{V \cdot v_{x21\rho i}}{c_2^2}} \quad (242)$$

$$v_{y11\rho i} = \frac{v_{y21\rho i} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x21\rho i}}{c_2^2}} \quad (243)$$

$$v_{x12\rho j} = \frac{v_{x22\rho j} + V}{1 - \frac{V \cdot v_{x22\rho j}}{c_2^2}} \quad (244)$$

$$v_{y12\rho j} = \frac{v_{y22\rho j} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{c_2^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x22\rho j}}{c_2^2}} \quad (245)$$

Результаты цифрового расчета сведем в таблицу 9.

Диапазон $0 < \gamma_V \leq 1$ (и $0 < \gamma_v \leq 1$) . Момент времени t_{1p} .

Объект	Подвижная система отсчета $O_2x_2y_2z_2$		Неподвижная система отсчета $O_1x_1y_1z_1$			
	Проекция скорости движения (размерность c_2)		Проекция скорости движения (размерность c_2)		Проекция импульса (размерность $c_2 \cdot M_0$)	
	на ось O_2x_2	на ось O_2y_2	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1
Тело 1	-0,8	0	0,0581395	0	0,0580415	0
Тело 2	0,8	0	6,0714286	0	0,9867059	0
Тело 1 и тело 2					1,0447474	0
$i = 0$	0	0	0,9	0	0,0039351	0
$i = 1$	-0,09412	0	0,7429501	0	0,0035081	0
$i = 2$	-0,18824	0	0,6086519	0	0,0030583	0
$i = 3$	-0,28235	0	0,4924953	0	0,0025989	0
$i = 4$	-0,37647	0	0,3910369	0	0,0021422	0
$i = 5$	-0,47059	0	0,3016529	0	0,0016988	0
$i = 6$	-0,56471	0	0,2223089	0	0,0012765	0
$i = 7$	-0,65882	0	0,1514032	0	0,0008806	0
$i = 8$	-0,75294	0	0,00876578	0	0,0005137	0
$j = 1$	0,094118	0	1,0861183	0	0,0043275	0
$j = 2$	0,188235	0	1,3101983	0	0,004676	0
$j = 3$	0,282353	0	1,5851735	0	0,0049751	0
$j = 4$	0,376471	0	1,930605	0	0,0052232	0
$j = 5$	0,470588	0	2,377551	0	0,0054223	0
$j = 6$	0,564706	0	2,9784689	0	0,0055764	0
$j = 7$	0,658824	0	3,8294798	0	0,0056915	0
$j = 8$	0,752941	0	5,1277372	0	0,0057736	0
Нить 3					0,0612779	0
Тело 1, тело 2 и нить 3					1,106025	0

Для определения значений импульсов системы тел 1 и 2 и нити 3 в

неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} будем использовать уравнения (155)-(156), (161)-(164), (111)-(112), (233)-(234), (238)-(245), исходные данные (235)-(237), (214)-(216) и формулы, полученные из уравнений (209), (211) и (213) с учетом уравнения (34):

$$(\omega \cdot t_{22h}) = - \frac{V \cdot v_R \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22h})]}{c_2^2} \quad (246)$$

$$(\omega \cdot t_{21\rho ih}) = - \frac{V \cdot v_R}{c_2^2} \cdot \left\{ 1 - \left[\frac{\rho_i}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t_{21\rho ih}) \right] \right\} \quad (247)$$

$$(\omega \cdot t_{22\rho jh}) = - \frac{V \cdot v_R}{c_2^2} \cdot \left\{ 1 + \left[\frac{\rho_j}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t_{22\rho jh}) \right] \right\} \quad (248)$$

Результаты цифрового расчета сведем в таблицу 10.

Таблица 10

Диапазон $0 < \gamma_V \leq 1$ (и $0 < \gamma_v \leq 1$) . Момент времени t_{1h} .

Объект	Подвижная система отсчета $O_2x_2y_2z_2$		Неподвижная система отсчета $O_1x_1y_1z_1$			
	Проекция скорости движения (размерность c_2)		Проекция скорости движения (размерность c_2)		Проекция импульса (размерность $c_2 \cdot M_0$)	
	на ось O_2x_2	на ось O_2y_2	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1
Тело 1	0	-0,8	0,9	-1,07629	0,5223737	-0,624695
Тело 2	-0,700743	0,385953	0,1221935	0,318425	0,1156519	0,3013783
Тело 1 и тело 2					0,6380255	-0,323317
$i = 0$	0	0	0,9	0	0,0039351	0
$i = 1$	0,05716	-0,07477	1,0090732	-0,10605	0,0041666	-0,000438
$i = 2$	0,10286	-0,15765	1,1051724	-0,23373	0,0043091	-0,000911
$i = 3$	0,13452	-0,24825	1,177014	-0,37999	0,004353	-0,001405
$i = 4$	0,14977	-0,3454	1,2133127	-0,53708	0,0042956	-0,001901
$i = 5$	0,14699	-0,44704	1,2066039	-0,69313	0,004142	-0,002379
$i = 6$	0,12573	-0,55053	1,1565986	-0,83517	0,0039051	-0,00282
$i = 7$	0,08687	-0,65307	1,0705621	-0,95313	0,0036032	-0,003208
$i = 8$	0,03235	-0,75225	0,9603103	-1,04239	0,0032566	-0,003535
$j = 1$	-0,066205	0,066896	0,7869078	0,084938	0,0036296	0,000392
$j = 2$	-0,139393	0,1265	0,6758229	0,151217	0,0032682	0,000731
$j = 3$	-0,217908	0,179553	0,5702556	0,201957	0,0028701	0,001016
$j = 4$	-0,300464	0,22683	0,4719207	0,240211	0,0024533	0,001249
$j = 5$	-0,386083	0,269061	0,3813932	0,268639	0,0020331	0,001432
$j = 6$	-0,474026	0,306907	0,2985891	0,289426	0,0016218	0,001572
$j = 7$	-0,563739	0,34095	0,2230786	0,304306	0,0012277	0,001675
$j = 8$	-0,654805	0,371687	0,1542765	0,314633	0,0008564	0,001747
Нить 3					0,0539268	-0,006784
Тело 1, тело 2 и нить 3					0,6919523	-0,330101

В результате числового расчета для случая, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V (также и γ_v) находятся в диапазоне

$0 < \gamma_V < 1$ (и $0 < \gamma_v < 1$), было получено, что в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1p} замкнутая система тел 1 и 2 и нити 3 имеет проекцию импульса на ось O_1x_1 , равную $1,106025 \cdot c_2 \cdot M_0$, и проекцию импульса на ось O_1y_1 , равную 0.

А в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} замкнутая система тел 1 и 2 и нити 3 имеет проекцию импульса на ось O_1x_1 , равную $0,6919523 \cdot c_2 \cdot M_0$, и проекцию импульса на ось O_1y_1 , равную $-0,330101 \cdot c_2 \cdot M_0$.

В итоге также имеет место нарушение закона сохранения импульса для замкнутой механической системы тел, т.к. $1,106025 \neq 0,6919523$ и $0 \neq -0,330101$.

Учет массы нити 3 в расчете импульса системы тел 1 и 2 и нити 3 также приводит к еще большему нарушению закона сохранения импульса.

В неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в случае, когда значения коэффициента пропорциональности γ_V (также и γ_v) лежат в диапазоне $0 < \gamma_V < 1$ ($0 < \gamma_v < 1$), импульс системы тел 1 и 2 и нити 3 тоже является не постоянной величиной, а функцией от времени t_1 .

9. Заключение

В заключение можно отметить следующее:

- возможны два варианта связи между координатами и временем в инерциальных системах отсчета при значениях коэффициента пропорциональности γ_V , находящихся в диапазонах $\gamma_V > 1$ и $0 < \gamma_V < 1$,
- использование специальной теории относительности при рассмотрении отдельных примеров (примеры 2 и 3) может привести к невыполнению закона сохранения импульса для замкнутой механической системы в инерциальной системе отсчета.

Учитывая, что закон сохранения импульса связан с однородностью пространства, можно предположить, что невыполнение закона сохранения импульса приведет к невыполнению условия симметрии пространства и

времени, на котором строится специальная теория относительности.

Результаты, полученные при рассмотрении примеров 2 и 3, показывают, что если верен закон сохранения импульса, то необходимо дорабатывать специальную теорию относительности, или если верна специальная теория относительности, то, следовательно, неверен закон сохранения импульса – возможно изменение импульса замкнутой системы во времени в инерциальных системах отсчета.

Автор выражает благодарность за помощь и поддержку профессорам Hartwig W. Thim (Johannes Kepler University, Austria), Thalanayar S. Santhanam (Saint Louis University, USA), David A. Van Baak (Calvin College, USA), Sverker Fredriksson (Royal Institute of Technology, Sweden), Artru Xavier (Université Claude-Bernard, France), Dogan Demirhan (Ege University, Turkey), Murat Tanisli (Anadolu University, Turkey), A. K. Hariri (University of Aleppo, Syria), Eugenio Ley (Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico), Jorge Zuluaga (Universidad de Antioquia, Colombia), докторам Hajime Takami (University of Tokyo, Japan), Emmanuel T. Rodulfo (De La Salle University, Philipines), Michael H. Brill (associate editor of «Physics Essays», USA).

Список литературы

1. Брумберг В А *Релятивистская небесная механика* (М.: Наука, 1972).
2. Яворский Б М, Детлаф А А *Справочник по физике* (М.: Наука, 1980).
3. Тейлор Э Ф, Уилер Дж А *Физика пространства-времени* (М.: Мир, 1971).
4. Терлецкий Я П *Парадоксы теории относительности* (М.: Наука, 1966).
5. Матвеев А Н *Механика и теория относительности* (М.: ОНИКС 21 век, Мир и образование, 2003).
6. Эйнштейн А *Сущность теории относительности* (М.: Издательство иностранной литературы, 1955).
7. Эйнштейн А *О специальной и общей теории относительности (общедоступное изложение)* (М.: Государственное издательство Москва, 1922).
8. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988).

9. Паули В *Теория относительности* (М.: Наука, 1983).
10. Мандельштам Л И *Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике* (М.: Наука, 1972).
11. Пеннер Д И, Угаров В А *Электродинамика и специальная теория относительности* (М.: Просвещение, 1980).
12. Логунов А А *Анри Пуанкаре и теория относительности* (М.: Наука, 2004).
13. Эддингтон А С *Теория относительности* (М.: Государственная технико-теоретическое издательство Ленинград, 1934).
14. Окунь Л Б *УФН* **158** 7 (1989).
15. Мёллер К *Теория относительности* (М.: Атомиздат, 1975).
16. Бейзер А *Основные представления современной физики* (М.: Атомиздат, 1973).
17. Борн М *Эйнштейновская теория относительности* (М.: Мир, 1972).
18. Бергман П Г *Введение в теорию относительности* (М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1947).
19. Бом Д *Специальная теория относительности* (М.: Мир, 1967).
20. Дьюрелл К *Азбука теории относительности* (М.: Мир, 1970).
21. Жуков А И *Введение в теорию относительности* (М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961).
22. Неванлинна Р *Пространство, время и относительность* (М.: Мир, 1966).
23. Логунов А А *Лекции по теории относительности и гравитации* (М.: Наука, 1987).
24. Hartwig W Thim *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT* **52** 5 (2003).
25. Rodulfo E T, Bornilla E B *Proceedings of the Eleventh OU-DLSU Academic Reseach Workshop SBN 971555512-8* (2006).
26. Чикин П С *Актуальные проблемы современной науки ISSN1680-2721* **2** (2005).
27. Aharoni J *The special theory of relativity* (Oxford: At the clarendon press, 1965).
28. Кочетков В Н *Актуальные проблемы современной науки ISSN1680-2721* **1** (2007).

Автор

В.Н. Кочетков

Автор - Кочетков Виктор Николаевич.

E-mail: VNKochetkov@gmail.com .

E-mail: VNKochetkov@rambler.ru .

Сайт: <http://www.matphysics.ru> .

Главный специалист Федерального государственного унитарного предприятия «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры» (ФГУП «ЦЭНКИ») (почтовый адрес: 107996, г. Москва, ул. Щепкина, д. 42, тел. 631-82-89, факс. 631-93-24, E-mail: tsenki@roscosmos.ru).

Название статьи: «Специальная теория относительности и закон сохранения импульса».

Количество страниц – 68.

Количество рисунков – 17.

Количество таблиц – 10.

Статья для раздела – «Методические заметки».

Краткая аннотация статьи:

В статье делается попытка использования закона сохранения импульса замкнутой системы для определения значений постоянных величин в двух возможных вариантах преобразования координат и времени в инерциальных системах отсчета.

The special theory of relativity and the law of conservation of momentum

Специальная теория относительности и закон сохранения импульса

V.N. Kochetkov

В.Н. Кочетков

Federal state unitary enterprise "Center for exploitation of space ground-based infrastructure facilities", Federal space agency, St. Shchepkina 42, 107996 Moscow, Russian Federation

Tel. (8-495) 631-84-75. E-mail: VNKochetkov@gmail.com

Федерального государственного унитарного предприятия «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры», Федеральное космическое агентство, ул. Щепкина 42, 107996 Москва, Российская федерация

Тел. (8-495) 631-84-75. E-mail: VNKochetkov@gmail.com

This article attempts to use the law of conservation of momentum of a closed system for determining the values of the constants in the two possible transformations of coordinates and time in inertial reference systems.

В статье делается попытка использования закона сохранения импульса замкнутой системы для определения значений постоянных величин в двух возможных вариантах преобразования координат и времени в инерциальных системах отсчета.

PACS number: **03.30.+p**

Библиография – 28 изданий

Bibliography - 28 references

Статья была направлена в редакцию журнала «Успехи физических наук» в декабре 2009 года.