Использование закона сохранения импульса для определения константы в специальной теории относительности

Кочетков Виктор Николаевич
главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры»
(ФГУП «ЦЭНКИ»)
vnkochetkov@gmail.com
vnkochetkov@rambler.ru

В статье делается попытка использования закона сохранения импульса замкнутой системы для определения значения постоянной величины в преобразованиях координат и времени в инерциальных системах отсчета.

PACS number: **03.30.+p**

Содержание

1. Введение

В специальной теории относительности зависимость массы точечного материального тела от скорости его движения устанавливается, исходя из обязательности выполнения законов сохранения импульса и энергии в инерциальных системах отсчета, при рассмотрении конкретных примеров взаимодействия тел, составляющих замкнутую механическую систему.

Предлагается использовать закон сохранения импульса для определения постоянной величины в преобразованиях координат и времени в инерциальных системах отсчета при рассмотрении примеров с постоянным взаимодействием тел, составляющих замкнутую механическую систему.

2. Основные зависимости специальной теории относительности

Допустим, что имеются две инерциальные системы отсчета, изображенные на рис. 1, неподвижная $O_1x_1y_1z_1$ и подвижная $O_2x_2y_2z_2$, у которых:

- сходные оси декартовых координат систем $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$ попарно параллельны и одинаково направлены;

- система $O_2x_2y_2z_2$ движется относительно системы $O_1x_1y_1z_1$ с постоянной скоростью V вдоль оси O_1x_1;

- в качестве начала отсчета времени (t_1=0 и t_2=0) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O_1 и O_2 этих систем совпадают.

В специальной теории относительности в качестве исходных данных используется:

- симметрия пространства и времени [1], [2], [3], [4], [5];

- принцип относительности [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], 13];

- принцип инвариантности скорости света [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], 13];

- инерциальность рассматриваемых систем отсчета [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], 13].

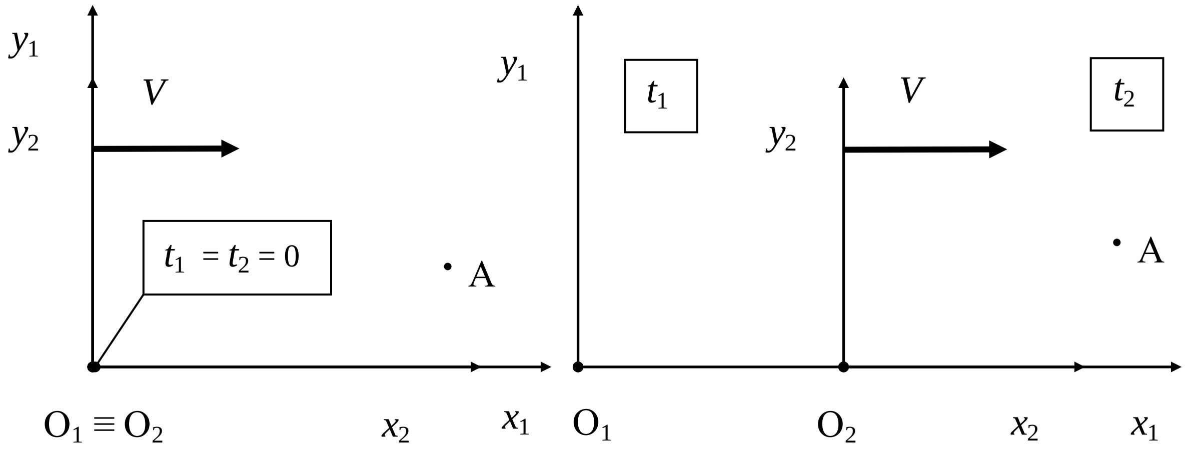

Рис.1

Использование принципа относительности и симметрии пространства и времени [8], [9], [10], [14], [15] позволяет получить связь между координатами x_1, y_1, z_1 положения точки А в момент времени t_1 в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами x_2, y_2, z_2 положения этой же точки А в подвижной инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_1 = \gamma_V \cdot [x_2 + (V \cdot t_2)] \qquad (1)$$

$$x_2 = \gamma_V \cdot [x_1 - (V \cdot t_1)] \qquad (2)$$

$$y_1 = y_2 \qquad (3)$$

$$z_1 = z_2 \qquad (4)$$

где: γ_V - коэффициент пропорциональности (перехода), который исходя из принципа инвариантности скорости света, равен:

$$\gamma_V^2 = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \qquad (5)$$

где: c - постоянная величина - скорость света в вакууме.

Из формул (1) и (2) можно записать зависимость для значений времен t_1 и t_2:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_2}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \quad (6)$$

$$t_2 = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot x_1}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_1) \quad (7)$$

Используя дифференцирование уравнений (1)-(4), (6) и (7), можно получить связь между проекциями v_{x1}, v_{y1} и v_{z1} на оси декартовых координат скорости движения точки в момент времени t_1 в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и аналогичными проекциями v_{x2}, v_{y2} и v_{z2} скорости этой же точки в подвижной инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{x1} = \frac{v_{x2} + V}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (8)$$

$$v_{x2} = \frac{v_{x1} - V}{\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \quad (9)$$

$$v_{y1} = \frac{v_{y2}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (10)$$

$$v_{y2} = \frac{v_{y1}}{\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (11)$$

$$v_{z1} = \frac{v_{z2}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (12)$$

$$v_{z2} = \frac{v_{z1}}{\frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot v_{x1}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \quad (13)$$

В специальной теории относительности, основываясь на обязательности выполнения законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы, зависимость массы $M(v)$ движущегося тела от скорости v может быть получена с помощью функции Лагранжа [1], [8], [9], [12], [16], [17], при рассмотрении абсолютно упругого или абсолютно пластичного столкновений [14], [18], [19], [20], [21], [22], [23].

Также зависимость массы $M(v)$ движущегося тела от скорости v может быть получена при подборе функции этой зависимости в уравнениях, записываемых для двух инерциальных систем отсчета, исходя из законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы, состоящей из двух тел, испытывающих абсолютно упругое прямое центральное столкновение, носящее кратковременный характер, при различном расположении этой системы тел в пространстве [24].

Обобщая результаты выводов [8], [13], [24], [25], зависимость массы $M(v)$ движущегося тела, имеющего массу покоя M_o, от скорости v будет выглядеть следующим образом:

$$M(v) = M_o \cdot \gamma_v \qquad (14)$$

где: γ_v - коэффициент пропорциональности при скорости V, равной v.

Зная связь [1], [24] между массой движущего тела и его импульсом $P(v)$ и кинетической энергией $E_{kin}(v)$, можно записать:

$$P(v) = M_o \cdot \gamma_v \cdot v \qquad (15)$$

$$E_{kin}(v) = \frac{\mathrm{M}_0 \cdot \gamma_v^2 \cdot v^2}{\gamma_v + 1} \qquad (16)$$

3. Определение значения постоянной величины c при рассмотрении примера 1

Закон сохранения импульса замкнутой механической системы тел, связанный со свойством симметрии пространства – однородностью пространства [2], утверждает, что импульс замкнутой механической системы тел (на которую не действуют внешние силы) является величиной постоянной, т.е. в любой инерциальной системе отсчета для любого момента времени величина импульса замкнутой механической системы тел является величиной постоянной (т.к. отсутствует внешнее воздействие).

В ниже приведенном примере 1 в инерциальной системе отсчета с помощью специальной теории относительности будут определены импульсы тел, составляющих замкнутую механическую систему и испытывающих постоянное взаимодействие, для двух моментов времени, а затем, применяя закон сохранения импульса замкнутой механической системы, будут определено значение постоянной величины c .

Допустим, что имеются две инерциальные системы отсчета, аналогичные системам отсчета, изображенным на рис.1, неподвижная $O_1x_1y_1z_1$ и подвижная $O_2x_2y_2z_2$, которая движется со скоростью V параллельно оси O_1x_1 относительно системы $O_1x_1y_1z_1$.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис.2 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы M_o в состоянии покоя, и нити 3.

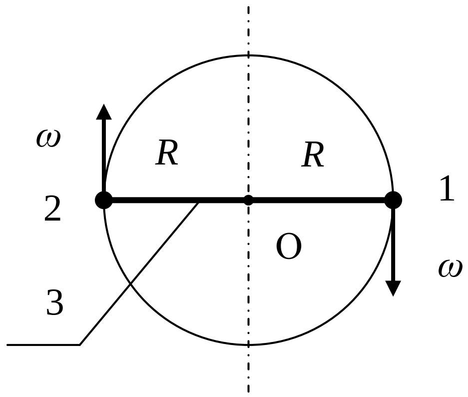

Рис.2

Тела 1 и 2 соединены нитью 3, массой которой из-за ее малости можно пренебречь.

Тела 1 и 2 вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс - точки O.

Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки O равно R.

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с нитью 3 в подвижную систему отсчета $O_2x_2y_2z_2$ таким образом, чтобы точка O была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат O_2, а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы по часовой стрелке в плоскости $O_2x_2y_2$, как показано на рис.3.

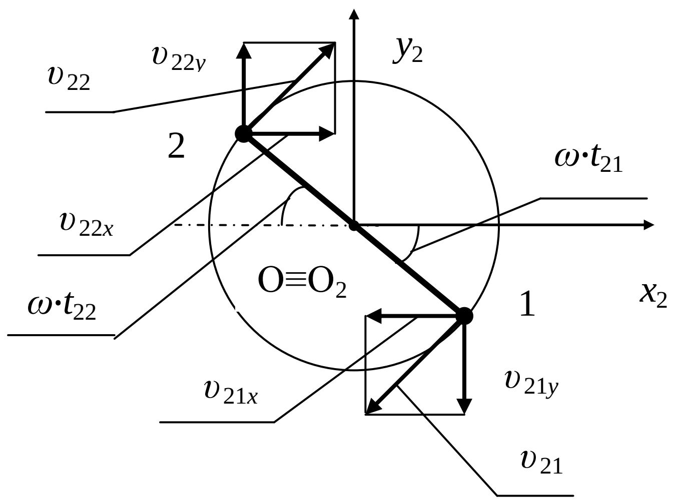

Рис.3

Также допустим, что в момент начала отсчета времени (t_2=0) в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ тела 1 и 2 находились на оси O_2x_2, причем тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

В подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в любой момент времени t_2 тела 1 и 2 будут иметь скорости υ_{21} и υ_{22}, равные v_R:

$$v_{21} = v_{22} = v_R = \omega \cdot R \tag{17}$$

При этом проекции υ_{21x} и υ_{21y} скорости тела 1 и проекции υ_{22x} и υ_{22y} скорости тела 2 на оси O_2x_2 и O_2y_2 соответственно для моментов времени t_{21} и t_{22} будут равны:

$$v_{21\,x} = -[v_R \cdot \sin(\omega \cdot t_{21})] \tag{18}$$

$$v_{21\,y} = -[v_R \cdot \cos(\omega \cdot t_{21})] \tag{19}$$

$$v_{22\,x} = v_R \cdot \sin(\omega \cdot t_{22}) \tag{20}$$

$$v_{22\,y} = v_R \cdot \cos(\omega \cdot t_{22}) \tag{21}$$

Связь между координатами x_{21} и y_{21} тела 1 в зависимости от времени t_{21} и связь между координатами x_{22} и y_{22} тела 2 в зависимости от времени t_{22} в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ можно записать в виде:

$$x_{21} = R \cdot \cos(\omega \cdot t_{21}) \tag{22}$$

$$y_{21} = -[R \cdot \sin(\omega \cdot t_{21})] \tag{23}$$

$$x_{22} = -[R \cdot \cos(\omega \cdot t_{22})] \tag{24}$$

$$y_{22} = R \cdot \sin(\omega \cdot t_{22}) \qquad (25)$$

Опираясь на уравнения (1) и (3), можно написать связь между:

- координатами x_{11} и y_{11} тела 1 в момент времени t_{11} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами x_{21} и y_{21} тела 1 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{21}, соответствующий моменту времени t_{11} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{11} = \gamma_V \cdot [x_{21} + (V \cdot t_{21})] \qquad (26)$$

$$y_{11} = y_{21} \qquad (27)$$

- координатами x_{12} и y_{12} тела 2 в момент времени t_{12} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами x_{22} и y_{22} тела 2 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{22} , соответствующий моменту времени t_{12} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{12} = \gamma_V \cdot [x_{22} + (V \cdot t_{22})] \qquad (28)$$

$$y_{12} = y_{22} \qquad (29)$$

С помощью формулы (6) связи между значениями времен t_{11} и t_{21}, t_{12} и t_{22} будет выглядеть так:

$$t_{11} = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{21}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{21}) \qquad (30)$$

$$t_{12} = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{22}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{22}) \qquad (31)$$

В рассматриваемом примере 1 нас будет интересовать положение тел 1 и 2 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в один и тот же момент времени, т.е. когда:

$$t_{11} = t_{12} \qquad (32)$$

Тогда уравнение (32) с учетом формул (22), (24), (26), (28), (30) и (31) примет вид:

$$\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{21})}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{21}) =$$

$$= \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{22})}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_{22}) \qquad (33)$$

В подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ при выполнении условия (32) представляет интерес положение тел 1 и 2 в момент времени t_{2p}, когда:

$$t_{21} = t_{22} = t_{2p} \tag{34}$$

Подставив условие (34) в уравнение (33) для случая, когда $(\omega \cdot t_{2p}) < \pi$, получим:

$$\omega \cdot t_{2p} = \frac{\pi}{2} \tag{35}$$

Т.е. для выполнения условий (32) и (34) тела 1 и 2 в рассматриваемый момент времени t_{2p} должны находиться на линии, параллельной оси O_2y_2.

Также в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ при выполнении условия (32) представляет интерес положение тела 2 при нахождении на оси O_2x_2 тела 1 в момент времени t_{21}, равный t_{21h}, когда:

$$t_{21h} = 0 \tag{36}$$

Значение времени t_{22} при выполнении условий (32) и (36) обозначим t_{22h}, для которого уравнение (33) примет вид:

$$t_{22h} = \left(1 - \frac{1}{\gamma_V^2}\right) \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22h})] \cdot \frac{R}{V} \tag{37}$$

или:

$$\omega \cdot t_{22h} = \left(1 - \frac{1}{\gamma_V^2}\right) \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22h})] \cdot \frac{v_R}{V} \tag{38}$$

Как видно из уравнения (38), значение времени t_{22h} в зависимости от значения коэффициента пропорциональности γ_V может быть:

- $t_{22h} > 0$ при $\gamma_V > 1$;
- $t_{22h} = 0$ при $\gamma_V = 1$.

Теперь можем приступить к использованию закона сохранения импульса для составления уравнений.

Рассмотрим два момента времени в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

В качестве первого момента времени выберем t_{1p} .

Согласно условиям (32), (34) и (35) в подвижной системе отсчета

$O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{2p} тела 1 и 2 находятся на линии, параллельной оси O_2y_2 , а в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ тела 1 и 2 будут находиться на линии, параллельной оси O_1y_1, в момент времени t_{11} (t_{12}), равный t_{1p} и которому соответствует момент времени t_{2p} в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$.

Как показано на рис.4, согласно уравнениям (35), (18)-(21) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{2p} тела 1 и 2 соответственно имеют следующие значения проекций $v_{21\,xp}$, $v_{21\,yp}$ и $v_{22\,xp}$, $v_{22\,yp}$ скоростей своего движения на оси O_2x_2 и O_2y_2:

$$v_{21\,xp} = -\,v_R \tag{39}$$

$$v_{21\,yp} = 0 \tag{40}$$

$$v_{22\,xp} = v_R \tag{41}$$

$$v_{22\,yp} = 0 \tag{42}$$

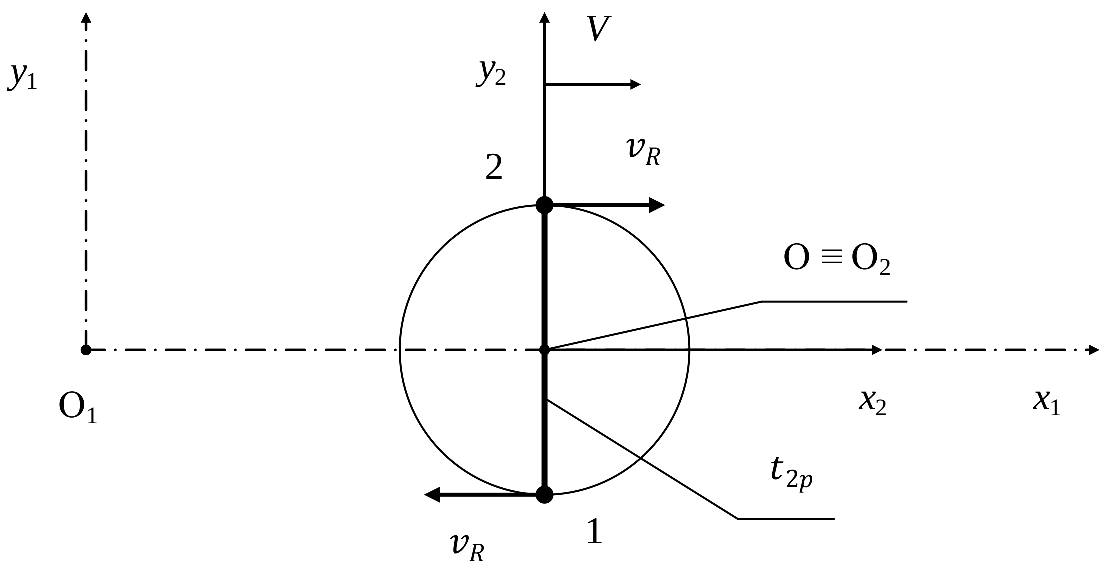

Рис.4

Тогда, исходя из формул (8), (10) и равенств (39)-(42), в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1p} тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь следующие значения проекций $v_{11\,xp}$, $v_{11\,yp}$ и $v_{12\,xp}$, $v_{12\,yp}$ скоростей своего движения на оси O_1x_1 и O_1y_1:

$$v_{11\,xp} = \frac{V - v_R}{1 - \dfrac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_R}{\gamma_V^2 \cdot V}} \tag{43}$$

$$v_{11\,yp} = 0 \tag{44}$$

$$v_{12\,xp} = \frac{V + v_R}{\dfrac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_R}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \tag{45}$$

$$v_{12\,yp} = 0 \tag{46}$$

Отсюда, используя формулу (15), можно отметить, что в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1p} тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь следующие значения проекций $P_{11\,xp}$, $P_{11\,yp}$ и $P_{12\,xp}$, $P_{12\,yp}$ импульсов на оси O_1x_1 и O_1y_1:

$$P_{11\,xp} = M_{\text{o}} \cdot \gamma_{v11\,x\text{p}} \cdot v_{11\,x\text{p}} \tag{47}$$

$$P_{12\,xp} = M_{\text{o}} \cdot \gamma_{v12\,x\text{p}} \cdot v_{12\,x\text{p}} \tag{48}$$

$$P_{11\,yp} = 0 \tag{49}$$

$$P_{12\,yp} = 0 \tag{50}$$

где: $\gamma_{v11\,x\text{p}}$ и $\gamma_{v12\,x\text{p}}$ - коэффициенты пропорциональности при скорости V, равной $v_{11\,x\text{p}}$ и $v_{12\,x\text{p}}$ соответственно.

В качестве второго момента времени выберем t_{1h}.

Согласно условиям (32) и (36) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени $t_{21\,h} = 0$ тело 1 будет находиться на оси O_2x_2, а в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ тело 1 будет находиться на оси O_1x_1 в момент времени t_{11} (t_{12}), равный t_{1h} и которому соответствует момент времени $t_{21\,h} = 0$ в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$.

Причем в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ согласно уравнению (38) при величине коэффициента пропорциональности $\gamma_V \neq 1$ тело 2 не может находиться на оси O_2x_2 в момент времени $t_{22\,h}$, которому соответствует момент времени t_{1h} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

Т.е. тело 1 находится на оси O_1x_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h}, которому соответствует момент времени

$t_{21h} = 0$ в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, а тело 2 в момент времени t_{1h} не может лежать на оси O_2x_2 (при коэффициенте пропорциональности $\gamma_V \neq 1$).

Как показано на рис.5, в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ тело 1 в момент времени $t_{21h} = 0$ и тело 2 в момент времени t_{22h} соответственно имеют проекции v_{21xh}, v_{21yh} и v_{22xh}, v_{22yh} скоростей своего движения на оси O_2x_2 и O_2y_2, причем:

$$v_{21xh} = 0 \tag{51}$$

$$v_{21yh} = -\,v_R \tag{52}$$

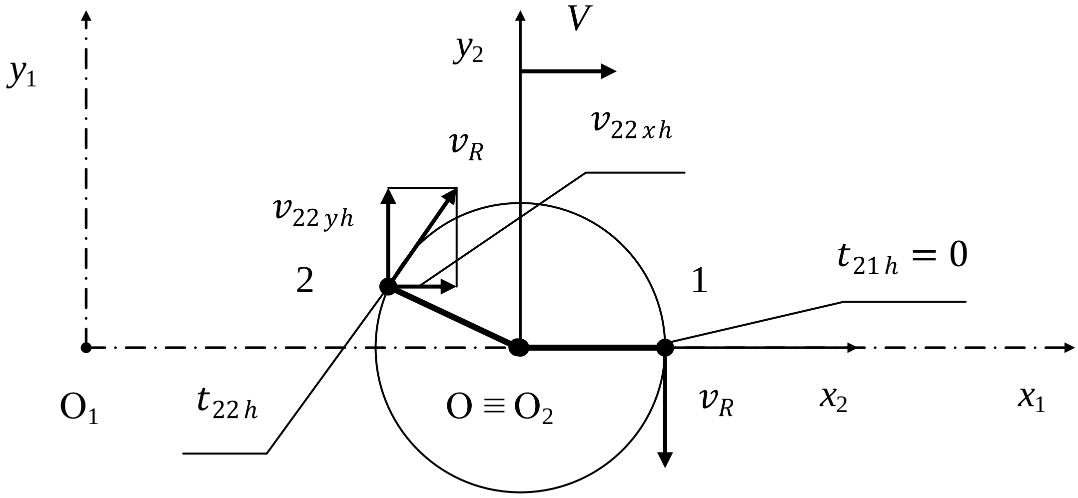

Рис.5

Тогда, исходя из формул (8), (10) и равенств (51), (52) в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь значения проекций v_{11xh}, v_{11yh} и v_{12xh}, v_{12yh} скоростей своего движения на оси O_1x_1 и O_1y_1 :

$$v_{11xh} = V \tag{53}$$

$$v_{11yh} = -\,\frac{v_R}{\gamma_V} \tag{54}$$

$$v_{12xh} = \frac{V + v_{22xh}}{\dfrac{(\gamma_V^2 - 1)\cdot v_{22xh}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \tag{55}$$

$$v_{12\,yh} = \frac{v_{22\,yh}}{\dfrac{(\gamma_V^2 - 1)\cdot v_{22\,xh}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \qquad (56)$$

Учитывая уравнение (38), можно отметить, что при коэффициенте пропорциональности $\gamma_V > 1$ время $t_{22\,h} > 0$, поэтому проекция скорости $v_{22\,yh}$ будет иметь направление по оси O_2y_2 .

Из уравнений (20) и (21) следует, что:

$$v_{22\,xh}{}^2 + v_{22\,yh}{}^2 = v_R{}^2 \qquad (57)$$

Используя формулу (15), можно отметить, что в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь следующие значения проекций P_{11xh}, P_{11yh} и P_{12xh} , P_{12yh} импульсов на оси O_1x_1 и O_1y_1:

$$P_{11\,xh} = M_о \cdot \gamma_{v11\,h} \cdot v_{11\,xh} \qquad (58)$$

$$P_{12\,xh} = M_о \cdot \gamma_{v12\,h} \cdot v_{12\,xh} \qquad (59)$$

$$P_{11yh} = M_о \cdot \gamma_{v11\,h} \cdot v_{11\,yh} \qquad (60)$$

$$P_{12yh} = M_о \cdot \gamma_{v12\,h} \cdot v_{12\,yh} \qquad (61)$$

где: $\gamma_{v11\,h}$ и $\gamma_{v12\,h}$ - коэффициенты пропорциональности при скорости V, равной $v_{11\,h}$ и $v_{12\,h}$ соответственно, причем:

$$v_{11\,h}^2 = v_{11\,xh}^2 + v_{11\,yh}^2 \qquad (62)$$

$$v_{12\,h}^2 = v_{12\,xh}^2 + v_{12\,yh}^2 \qquad (63)$$

В связи с тем, что механическая система тел 1 и 2 (и нити 3) является замкнутой, закон сохранения импульса позволяет записать для моментов времени t_{1p} и t_{1h} следующие уравнения:

$$P_{11\,xp} + P_{12\,xp} = P_{11\,xh} + P_{12\,xh}$$

$$P_{11\,yp} + P_{12\,yp} = P_{11\,yh} + P_{12\,yh}$$

или:

$$\begin{aligned}(M_о \cdot \gamma_{v11\,xp} \cdot v_{11\,xp}) + (M_о \cdot \gamma_{v12\,xp} \cdot v_{12\,xp}) = \\ = (M_о \cdot \gamma_{v11\,h} \cdot v_{11\,xh}) + (M_о \cdot \gamma_{v12\,h} \cdot v_{12\,xh})\end{aligned} \qquad (64)$$

$$0 = (M_о \cdot \gamma_{v11\,h} \cdot v_{11\,yh}) + (M_о \cdot \gamma_{v12\,h} \cdot v_{12\,yh}) \qquad (65)$$

Получив уравнения (64) и (65), можем определить условия выполнения закона сохранения импульса для примера 1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

Уравнения (64) и (65) с учетом формулы (5) примут вид:

$$\frac{M_о \cdot v_{11xp}}{\sqrt{1-\frac{v_{11xp}^2}{c^2}}}+\frac{M_о \cdot v_{12xp}}{\sqrt{1-\frac{v_{12xp}^2}{c^2}}}=\frac{M_о \cdot v_{11xh}}{\sqrt{1-\frac{v_{11xh}^2+v_{11yh}^2}{c^2}}}+\frac{M_о \cdot v_{12xh}}{\sqrt{1-\frac{v_{12xh}^2+v_{12yh}^2}{c^2}}} \quad (66)$$

$$0=\frac{M_о \cdot v_{11yh}}{\sqrt{1-\frac{v_{11xh}^2+v_{11yh}^2}{c^2}}}+\frac{M_о \cdot v_{12yh}}{\sqrt{1-\frac{v_{12xh}^2+v_{12yh}^2}{c^2}}} \quad (67)$$

Формулы (43)-(46) и (53)-(56) при использовании формулы (5) можно записать:

$$v_{11xp} = \frac{V - v_R}{1-\frac{V \cdot v_R}{c^2}} \quad (68)$$

$$v_{12xp} = \frac{V + v_R}{1+\frac{V \cdot v_R}{c^2}} \quad (69)$$

$$v_{11xh} = V \quad (53)$$

$$v_{11yh} = -\left(v_R \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\right) \quad (70)$$

$$v_{12xh} = \frac{V + v_{22xh}}{1+\frac{V \cdot v_{22xh}}{c^2}} \quad (71)$$

$$v_{12yh} = \frac{v_{22yh} \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1+\frac{V \cdot v_{22xh}}{c^2}} \quad (72)$$

Вставив проекции скоростей v_{11xp} , v_{12xp} , v_{11xh} , v_{11yh} , v_{12xh} и v_{12yh} из формул (53), (68)-(72) в уравнения (66) и (67) и используя формулу (57), получим:

$$\frac{M_{\text{о}} \cdot (V - v_R)}{\sqrt{1-\frac{{v_R}^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + \frac{M_{\text{о}} \cdot (V + v_R)}{\sqrt{1-\frac{{v_R}^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{M_{\text{о}} \cdot V}{\sqrt{1-\frac{{v_R}^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + \frac{M_{\text{о}} \cdot (V + v_{22xh})}{\sqrt{1-\frac{{v_R}^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad (73)$$

$$0 = -\frac{M_{\text{о}} \cdot v_R}{\sqrt{1-\frac{{v_R}^2}{c^2}}} + \frac{M_{\text{о}} \cdot v_{22yh}}{\sqrt{1-\frac{{v_R}^2}{c^2}}} \qquad (74)$$

или:

$$V - v_R + V + v_R = V + V + v_{22xh} \qquad (75)$$

$$0 = -v_R + v_{22yh} \qquad (76)$$

Из уравнений (75) и (76) получаем необходимые условия (значения проекций скоростей v_{22xh} и v_{22yh}), при которых в примере 1 будет выполняться закон сохранения импульса в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{22xh} = 0 \qquad (77)$$

$$v_{22yh} = v_R \qquad (78)$$

Из равенств (77) и (78) следует, что величины проекций скоростей v_{22xh} и v_{22yh} не зависят от величины скорости V (и, следовательно, не зависят от величины коэффициента пропорциональности γ_V).

Подставив условия (77) и (78) в уравнения (20) и (21), получим:

$$t_{22h} = t_{21h} = 0 \qquad (79)$$

А подставив уравнение (79) в формулу (38):

$$\omega \cdot 0 = \left(1 - \frac{1}{\gamma_V^2}\right) \cdot [1 + 1] \cdot \frac{v_R}{V} \qquad (80)$$

будем иметь еще одно условие выполнения закона сохранения импульса в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ для примера 1:

$$\gamma_V = 1 \qquad (81)$$

Таким образом, можно сделать вывод, что в замкнутой механической системе тел, рассматриваемой в примере 1, для значений коэффициента пропорциональности $\gamma_V \neq 1$ закон сохранения импульса не выполняется.

Закон сохранения импульса будет выполняться только при коэффициенте пропорциональности γ_V , равном 1.

В случае обязательности выполнения закона сохранения импульса замкнутой механической системы тел, рассмотренной в примере 1, опираясь на формулу (5), и учитывая, что коэффициент пропорциональности $\gamma_V = 1$, постоянная величина c будут иметь следующие значения:

$$c = \pm\infty \qquad (82)$$

4. Оценка величин импульсов в примере 2

Учитывая возможное замечание о том, что в примере 1 невыполнение закона сохранения импульса может быть связано с принятым предположением о бесконечно малой массе нити 3, рассмотрим пример 2.

Пример 2 отличается от примера 1 тем, что в примере 2 масса нити 3 не является бесконечно малой величиной.

Постараемся на примере 2 оценить влияние величины импульса нити 3 на значение импульса системы тел 1 и 2 и нити 3.

Допустим, что имеются две инерциальные системы отсчета, аналогичные системам отсчета, изображенным на рис.1, неподвижная $O_1x_1y_1z_1$ и подвижная $O_2x_2y_2z_2$, которая движется со скоростью V параллельно оси O_1x_1 относительно системы $O_1x_1y_1z_1$.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис.2 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы M_0 в состоянии покоя, и нити 3.

Тела 1 и 2 соединены нитью 3, имеющей равномерно распределенную по длине массу m_0 в состоянии покоя.

Тела 1 и 2 вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс - точки О.

Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки О равно R.

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с нитью 3 в подвижную систему отсчета $O_2x_2y_2z_2$ таким образом, чтобы точка O была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат O_2, а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы по часовой стрелке в плоскости $O_2x_2y_2$, как показано на рис.3.

Также допустим, что в момент начала отсчета времени (t_2=0) в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ тела 1 и 2 находились на оси O_2x_2 , причем тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

В подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в любой момент времени t_2 тела 1 и 2 будут иметь скорости υ_{21} и υ_{22}, равные v_R:

$$v_{21} = v_{22} = v_R = \omega \cdot R \qquad (83)$$

При этом проекции υ_{21x} и υ_{21y} скорости тела 1 и проекции υ_{22x} и υ_{22y} скорости тела 2 на оси O_2x_2 и O_2y_2 соответственно для момента времени t_2 будут равны:

$$v_{21\,x} = -\left[v_R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)\right] \qquad (84)$$

$$v_{21\,y} = -\left[v_R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)\right] \qquad (85)$$

$$v_{22\,x} = v_R \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \qquad (86)$$

$$v_{22\,y} = v_R \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \qquad (87)$$

Связь между координатами x_{21} и y_{21} тела 1, координатами x_{22} и y_{22} тела 2 в зависимости от времени t_2 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ можно записать в виде:

$$x_{21} = R \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \qquad (88)$$

$$y_{21} = -\left[R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)\right] \qquad (89)$$

$$x_{22} = -\left[R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)\right] \qquad (90)$$

$$y_{22} = R \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \qquad (91)$$

Аналогично для подвижной системы отсчета $O_2x_2y_2z_2$ можно получить зависимости:

- проекций $\upsilon_{21x\rho i}$ и $\upsilon_{21y\rho i}$ скорости i-той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_i от точки O на отрезке от точки O до тела 1, на оси O_2x_2 и O_2y_2 от момента времени t_2:

$$v_{21\,x\rho i} = -\left[v_R \cdot \frac{\rho_i}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t_2)\right] \qquad (92)$$

$$v_{21\,y\rho i} = -\left[v_R \cdot \frac{\rho_i}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t_2)\right] \qquad (93)$$

- проекций $v_{22x\rho j}$ и $v_{22y\rho j}$ скорости j-той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_j от точки О на отрезке от точки О до тела 2, на оси O_2x_2 и O_2y_2 от момента времени t_2:

$$v_{22\,x\rho j} = v_R \cdot \frac{\rho_j}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \qquad (94)$$

$$v_{22\,y\rho j} = v_R \cdot \frac{\rho_j}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \qquad (95)$$

- значений координат $x_{21\rho i}$ и $y_{21\rho i}$ i-той точки нити 3 и координат $x_{22\rho j}$ и $y_{22\rho j}$ j-той точки нити 3:

$$x_{21\,\rho i} = \rho_i \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \qquad (96)$$

$$y_{21\,\rho i} = -\left[\rho_i \cdot \sin(\omega \cdot t_2)\right] \qquad (97)$$

$$x_{22\,\rho j} = -\left[\rho_j \cdot \cos(\omega \cdot t_2)\right] \qquad (98)$$

$$y_{22\,\rho j} = \rho_j \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \qquad (99)$$

Теперь можно перейти к рассмотрению движения системы тел 1 и 2 и нити 3 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

Допустим, что, как показано на рис.6, подвижная инерциальная система отсчета $O_2x_2y_2z_2$ движется со скоростью V относительно неподвижной системы отсчета $O_1x_1y_1z_1$, причем в качестве начала отсчета времени (t_1=0 и t_2=0) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O_1 и O_2 этих систем совпадают (т.е. совпадают точки O_1, O_2 и О).

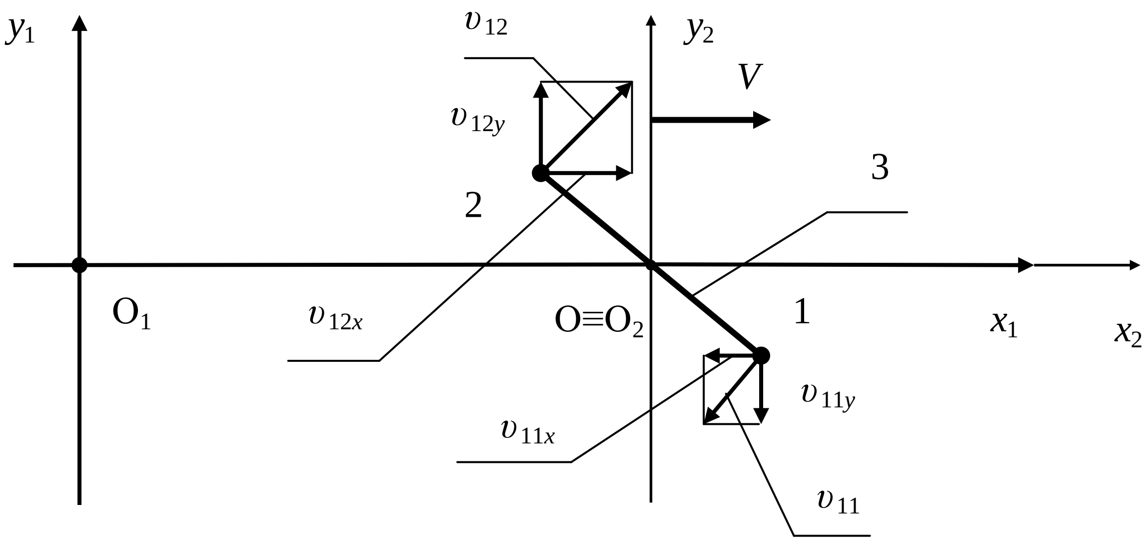

Рис. 6

Исходя из уравнений (1)-(3), (6)-(8), (10), для рассмотрения движения тела 1 можно написать следующее:

- связь между координатами x_{11} и y_{11} тела 1 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $\text{O}_1x_1y_1z_1$ и координатами x_{21} и y_{21} тела 1 в подвижной системе отсчета $\text{O}_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $\text{O}_1x_1y_1z_1$:

$$x_{11} = \gamma_V \cdot [x_{21} + (V \cdot t_2)] \qquad (100)$$

$$x_{21} = \gamma_V \cdot [x_{11} - (V \cdot t_1)] \qquad (101)$$

$$y_{11} = y_{21} \qquad (27)$$

- связь между значениями времен t_1 и t_2 при описании движения тела 1:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{21}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \qquad (102)$$

$$t_2 = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot x_{11}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_1) \qquad (103)$$

причем с учетом уравнения (88) формула (102) примет вид:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \qquad (104)$$

- связь между проекциями v_{x11} и v_{y11} скорости v_{11} движения тела 1 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и аналогичными проекциями v_{x21} и v_{y21} скорости v_{21} движения тела 1 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{x11} = \frac{v_{x21} + V}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x21}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \tag{105}$$

$$v_{y11} = \frac{v_{y21}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x21}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \tag{106}$$

Аналогично для рассмотрения движения тела 2 можно записать:

- связь между координатами x_{12} и y_{12} тела 2 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами x_{22} и y_{22} тела 2 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{12} = \gamma_V \cdot [x_{22} + (V \cdot t_2)] \tag{107}$$

$$x_{22} = \gamma_V \cdot [x_{12} - (V \cdot t_1)] \tag{108}$$

$$y_{12} = y_{22} \tag{29}$$

- связь между значениями времен t_1 и t_2 при описании движения тела 2:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{22}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \tag{109}$$

$$t_2 = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot x_{12}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_1) \tag{110}$$

причем с учетом уравнения (90) формула (109) примет вид:

$$t_1 = - \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \tag{111}$$

- связь между проекциями v_{x12} и v_{y12} скорости v_{12} движения тела 2 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и аналогичными проекциями v_{x22} и v_{y22} скорости v_{22} движения тела 2 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{x12} = \frac{v_{x22} + V}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x22}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \qquad (112)$$

$$v_{y12} = \frac{v_{y22}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x22}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \qquad (113)$$

Также для рассмотрения движения i-той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_i от точки О на отрезке от точки О до тела 1 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, можно написать следующее:

- связь между координатами $x_{11\rho i}$ и $y_{11\rho i}$ i-той точки нити 3 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами $x_{21\rho i}$ и $y_{21\rho i}$ i-той точки нити 3 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{11\,\rho i} = \gamma_V \cdot \left[x_{21\,\rho i} + (V \cdot t_2)\right] \qquad (114)$$

$$x_{21\,\rho i} = \gamma_V \cdot \left[x_{11\rho i} - (V \cdot t_1)\right] \qquad (115)$$

$$y_{11\,\rho i} = y_{21\,\rho i} \qquad (116)$$

- связь между значениями времен t_1 и t_2 при описании движения i-той точки нити 3:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{21\,\rho i}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \qquad (117)$$

$$t_2 = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot x_{11\,\rho i}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_1) \qquad (118)$$

причем с учетом уравнения (96) формула (117) примет вид:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot \rho_i \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \qquad (119)$$

- связь между проекциями $v_{x11\rho i}$ и $v_{y11\rho i}$ скорости $v_{11\rho i}$ движения i-той точки нити 3 в момент времени t_1в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и аналогичными проекциями $v_{x21\rho i}$ и $v_{y21\rho i}$ скорости $v_{21\rho i}$ движения i-той точки нити 3 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{x11\rho i} = \frac{v_{x21\rho i} + V}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x21\rho i}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \tag{120}$$

$$v_{y11\rho i} = \frac{v_{y21\rho i}}{\frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot v_{x21\rho i}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \tag{121}$$

И для рассмотрения движения j-той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_j от точки О на отрезке от точки О до тела 2 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, можно записать:

- связь между координатами $x_{12\rho j}$ и $y_{12\rho j}$ j-той точки нити 3 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатами $x_{22\rho j}$ и $y_{22\rho j}$ j-той точки нити 3 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{12\rho j} = \gamma_V \cdot \left[x_{22\rho j} + (V \cdot t_2)\right] \tag{122}$$

$$x_{22\rho j} = \gamma_V \cdot \left[x_{12\rho j} - (V \cdot t_1)\right] \tag{123}$$

$$y_{12\rho j} = y_{22\rho j} \tag{124}$$

- связь между значениями времен t_1 и t_2 при описании движения j-той точки нити 3:

$$t_1 = \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot x_{22\rho j}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \tag{125}$$

$$t_2 = \frac{(1 - \gamma_V^2) \cdot x_{12\rho j}}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_1) \tag{126}$$

причем с учетом уравнения (98) формула (125) примет вид:

$$t_1 = - \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot \rho_j \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\gamma_V \cdot V} + (\gamma_V \cdot t_2) \tag{127}$$

- связь между проекциями $v_{x12\rho j}$ и $v_{y12\rho j}$ скорости $v_{12\rho j}$ движения j-той точки нити 3 в момент времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$

и аналогичными проекциями $v_{x22\rho j}$ и $v_{y22\rho j}$ скорости $v_{22\rho j}$ движения j-той точки нити 3 в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t_1 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$v_{x12\,\rho j} = \frac{v_{x22\,\rho j} + V}{\dfrac{(\gamma_V^2 - 1)\cdot v_{x22\,\rho j}}{\gamma_V^2 \cdot V} + 1} \qquad (128)$$

$$v_{y12\,\rho j} = \frac{v_{y22\,\rho j}}{\dfrac{(\gamma_V^2 - 1)\cdot v_{x22\,\rho j}}{\gamma_V \cdot V} + \gamma_V} \qquad (129)$$

Для того, чтобы приступить к проверке закона сохранения импульса необходимо выбрать два момента времени в неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$.

Первый момент времени – это t_{1p} .

Предположим, что в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_1 , равный t_{1p} , тела 1 и 2 находятся на линии, параллельной оси O_1y_1 (или совпадающей с ней), т.е. когда:

$$x_{11} = x_{12} \qquad (130)$$

Условие (130) возможно только в случае, когда в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2, равный t_{2p}, соответствующий моменту времени t_{1p} в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$, выполняются следующие условия:

$$x_{21} = x_{22} \qquad (131)$$

$$\omega \cdot t_{2p} = \frac{\pi}{2} \qquad (132)$$

Как показано на рис.4, согласно уравнениям (132), (84)-(87) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{2p} тела 1 и 2 соответственно имеют следующие значения проекций $v_{21\,xp}$, $v_{21\,yp}$ и $v_{22\,xp}$, $v_{22\,yp}$ скоростей своего движения на оси O_2x_2 и O_2y_2:

$$v_{21\,xp} = -\,v_R \qquad (39)$$

$$v_{21\,yp} = 0 \qquad (40)$$

$$v_{22\,xp} = v_R \qquad (41)$$

$$v_{22\,yp} = 0 \qquad (42)$$

А в соответствии с уравнениями (132), (92)-(95) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{2p} i-тая точка нити 3, находящаяся на расстоянии ρ_i от точки О на отрезке от точки О до тела 1, и j-тая точка нити 3, находящаяся на расстоянии ρ_j от точки О на отрезке от точки О до тела 2, соответственно имеют следующие значения проекций $v_{21x\rho ip}$, $v_{21y\rho ip}$ и $v_{22x\rho jp}$, $v_{22y\rho j\rho}$ скоростей своего движения на оси O_2x_2 и O_2y_2:

$$v_{21\,x\rho i\,\text{р}} = -(v_R \;\cdot\; \frac{\rho_i}{R}) \qquad (133)$$

$$v_{21\,y\rho i\,\text{р}} = 0 \qquad (134)$$

$$v_{22\,x\rho j\,\text{р}} = v_R \;\cdot\; \frac{\rho_j}{R} \qquad (135)$$

$$v_{22\,y\rho j\,\text{р}} = 0 \qquad (136)$$

Вторым моментом времени выберем t_{1h}.

Предположим, что, как показано на рис.5, в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_1, равный t_{1h} , положение тела 1 будет соответствовать положению тела 1 в момент времени t_2 , равный t_{21h} :

$$t_{21\,h} \;=\; 0 \qquad (137)$$

в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, т.е. когда тело 1 будет находиться на оси O_2x_2 .

Значение времени t_{1h} можно определить из уравнения (104), исходя из условия (137):

$$t_{1h} \;=\; \frac{(\gamma_V^2 - 1) \cdot R}{\gamma_V \;\cdot\; V} \qquad (138)$$

Согласно уравнениям (137), (84)-(85) в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{21h} тело 1 будет иметь следующие значения проекций $v_{21\,xh}$ и $v_{21\,yh}$ скорости своего движения на оси O_2x_2 и O_2y_2:

$$v_{21\,xh} = 0 \qquad (51)$$

$$v_{21\,yh} = -\,v_R \qquad (52)$$

Положению тела 2 в момент времени t_1, равный t_{1h} , в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ будет соответствовать в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ положение тела 2 в момент времени t_2 , равный t_{22h} , который может быть определен, исходя из уравнений (112) и (139):

$$\frac{(\gamma_V^2-1)\cdot R}{\gamma_V\ \cdot V} = -\ \frac{(\gamma_V^2-1)\cdot R\cdot\cos(\omega\cdot t_{22h})}{\gamma_V\ \cdot V} + (\gamma_V\ \cdot t_{22h}) \qquad (139)$$

или:

$$(\omega\cdot t_{22h}) = \frac{(\gamma_V^2-1)\ \cdot[1+\cos(\omega\ \cdot\ t_{22h})]\cdot\ v_R}{\gamma_V^2\cdot V} \qquad (140)$$

Аналогично положению i-той точки нити 3 в момент времени t_1, равный t_{1h} , в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ будет соответствовать в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ положение этой i-той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_i от точки O на отрезке от точки O до тела 1, в момент времени t_2 , равный $t_{21\rho i h}$, который может быть определен, исходя из уравнений (119) и (138):

$$\frac{(\gamma_V^2-1)\cdot R}{\gamma_V\ \cdot V} = \frac{(\gamma_V^2-1)\cdot\rho_i\ \cdot\cos\left(\omega\cdot t_{21\rho i h}\right)}{\gamma_V\ \cdot V} + \left(\gamma_V\cdot t_{21\rho i h}\right) \qquad (141)$$

или:

$$\left(\omega\cdot t_{21\rho i h}\right) = \frac{(\gamma_V^2-1)\cdot\ v_R}{\gamma_V\ \cdot\ V}\cdot\left\{1-\left[\frac{\mathrm{\rho_i}}{\mathrm{R}}\cdot\cos\left(\omega\ \cdot\ t_{21\rho i h}\right)\right]\right\} \qquad (142)$$

Также положению j-той точки нити 3 в момент времени t_1 , равный t_{1h} , в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ будет соответствовать в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ положение этой j-той точки нити 3, находящейся на расстоянии ρ_j от точки O на отрезке от точки O до тела 2, в момент времени t_2 , равный $t_{22\rho j h}$, который может быть определен, исходя из уравнений (127) и (138):

$$\frac{(\gamma_V^2-1)\cdot R}{\gamma_V\ \cdot V} = -\ \frac{(\gamma_V^2-1)\cdot\rho_j\ \cdot\cos\left(\omega\cdot t_{22\rho j h}\right)}{\gamma_V\ \cdot V} + \left(\gamma_V\ \cdot t_{22\rho j h}\right) \qquad (143)$$

или:

$$\left(\omega\cdot t_{22\rho jh}\right) \;=\; \frac{(\gamma_V^2-1)\cdot\, v_R}{\gamma_V^2\cdot\, V}\cdot\left\{1+\left[\frac{\mathrm{\rho_j}}{\mathrm{R}}\cdot\cos\left(\omega\;\cdot\; t_{22\rho jh}\right)\right]\right\} \qquad (144)$$

Чтобы не заниматься сложными вычислениями в уравнениях (140), (142) и (144), значения импульсов постараемся определить на простых числовых примерах.

Для рассмотрения в подвижной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ нить 3 условно разделим на 17 равных частей (i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) с размещением в центре каждой части точечного тела с массой покоя m_{017} , равной:

$$m_{017} \;=\; \frac{m_0}{17} \qquad (145)$$

При этом расстояние ρ_i от точки О до i-той точки нити 3, находящейся на отрезке от точки О до тела 1, будет равно:

$$\rho_i \;=\; \frac{2\;\cdot\, i}{17} \qquad (146)$$

А расстояние ρ_j от точки О до j-той точки нити 3, находящейся на отрезке от точки О до тела 2, будет равно:

$$\rho_j \;=\; \frac{2\;\cdot\, j}{17} \qquad (147)$$

Как следует из формул (15) и (5), в любой инерциальной системе отсчета *Oxyz* проекции P_x и P_y импульса движущейся со скоростью v материальной точки, имеющей массу покоя m_o , на оси *Ox* и *Oy* соответственно можно записать:

$$P_x \;=\; \frac{m_o\, v_x}{\sqrt{1-\dfrac{\left(v_x^2\,+\,v_y^2\right)}{c^2}}} \qquad (148)$$

$$P_y \;=\; \frac{m_o\, v_y}{\sqrt{1-\dfrac{\left(v_x^2\,+\,v_y^2\right)}{c^2}}} \qquad (149)$$

где: v_x и v_y - проекции скорости v материальной точки на оси *Ox* и *Oy* соответственно.

Примем в рассматриваемом примере 2 (изображенном на рис.2 – рис.6), что:

$$\frac{V}{c} = 0{,}9 \qquad (150)$$

$$\frac{v_R}{c} = 0{,}8 \qquad (151)$$

$$\frac{m_0}{M_0} = 0{,}1 \qquad (152)$$

Для определения значений импульсов системы тел 1 и 2 и нити 3 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1p} будем использовать уравнения (39)-(42), (148), (149), исходные данные (145)-(147), (150)-(152) и формулы, полученные из уравнений (105), (106), (112), (113), (120), (121), (128) и (129) с учетом уравнения (5):

$$v_{x11} = \frac{v_{x21} + V}{1 + \frac{V \cdot v_{x21}}{c^2}} \qquad (153)$$

$$v_{y11} = \frac{v_{y21} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x21}}{c^2}} \qquad (154)$$

$$v_{x12} = \frac{v_{x22} + V}{1 + \frac{V \cdot v_{x22}}{c^2}} \qquad (155)$$

$$v_{y12} = \frac{v_{y22} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x22}}{c^2}} \qquad (156)$$

$$v_{x11\rho i} = \frac{v_{x21\rho i} + V}{1 + \frac{V \cdot v_{x21\rho i}}{c^2}} \qquad (157)$$

$$v_{y11\rho i} = \frac{v_{y21\rho i} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x21\rho i}}{c^2}} \qquad (158)$$

$$v_{x12\rho j} = \frac{v_{x22\rho j} + V}{1 + \frac{V \cdot v_{x22\rho j}}{c^2}} \qquad (159)$$

$$v_{y12\,\rho j} = \frac{v_{y22\,\rho j} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x22\,\rho j}}{c^2}} \qquad (160)$$

Результаты цифрового расчета сведем в таблицу 1.

Таблица 1

Момент времени t_{1p} .

Объект	Подвижная система отсчета $O_2x_2y_2z_2$		Неподвижная система отсчета $O_1x_1y_1z_1$			
	Проекции скорости движения (размерность с)		Проекции скорости движения (размерность с)		Проекции импульса (размерность $с \cdot M_0$)	
	на ось O_2x_2	на ось O_2y_2	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1
Тело 1	-0,8	0	0,3571429	0	0,3823596	0
Тело 2	0,8	0	0,9883721	0	6,5001125	0
Тело 1 и тело 2					6,8824472	0
$i = 0$	0	0	0,9	0	0,0121455	0
$i = 1$	-0,09412	0	0,8804627	0	0,0109239	0
$i = 2$	-0,18824	0	0,8569405	0	0,0097801	0
$i = 3$	-0,28235	0	0,8280757	0	0,0086887	0
$i = 4$	-0,37647	0	0,7918149	0	0,0076261	0
$i = 5$	-0,47059	0	0,744898	0	0,0065676	0
$i = 6$	-0,56471	0	0,6818182	0	0,0054827	0
$i = 7$	-0,65882	0	0,5924855	0	0,0043263	0
$i = 8$	-0,75294	0	0,4562044	0	0,0030156	0
$j = 1$	0,094118	0	0,9164859	0	0,0134755	0
$j = 2$	0,188235	0	0,9305835	0	0,0149531	0
$j = 3$	0,282353	0	0,99427767	0	0,0166327	0
$j = 4$	0,376471	0	0,9534271	0	0,0185940	0
$j = 5$	0,470588	0	0,9628099	0	0,0209623	0
$j = 6$	0,564706	0	0,9711388	0	0,0239506	0
$j = 7$	0,658824	0	0,978582	0	0,0279629	0
$j = 8$	0,752941	0	0,9852735	0	0,0338959	0
Нить 3					0,2389836	0
Тело 1, тело 2 и нить 3					7,1214557	0

Для определения значений импульсов системы тел 1 и 2 и нити 3 в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} будем использовать уравнения (86)-(87), (92)-(95), (51)-(52), (148)-(149), (153)-(160), исходные данные (150)-(152), (145)-(147) и формулы, полученные из уравнений (140), (142) и (144) с учетом уравнения (5):

$$(\omega \cdot t_{22h}) = \frac{V \cdot v_R \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22h})]}{c_1^2} \qquad (161)$$

$$\left(\omega \cdot t_{21\rho i h}\right) = \frac{V \cdot v_R}{c_1^2} \cdot \left\{1 - \left[\frac{\rho_i}{R} \cdot \cos\left(\omega \cdot t_{21\rho i h}\right)\right]\right\} \qquad (162)$$

$$\left(\omega \cdot t_{22\rho j h}\right) = \frac{V \cdot v_R}{c_1^2} \cdot \left\{1 + \left[\frac{\rho_j}{R} \cdot \cos\left(\omega \cdot t_{22\rho j h}\right)\right]\right\} \qquad (163)$$

Результаты цифрового расчета сведем в таблицу 2.

Таблица 2

Момент времени t_{1h} .

Объект	Подвижная система отсчета $O_2x_2y_2z_2$		Неподвижная система отсчета $O_1x_1y_1z_1$			
	Проекции скорости движения (размерность c)		Проекции скорости движения (размерность c)		Проекции импульса (размерность $c \cdot M_0$)	
	на ось O_2x_2	на ось O_2y_2	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1	на ось O_1x_1	на ось O_1y_1
Тело 1	0	-0,8	0,9	-0,34871	3,441236	-1,333333
Тело 2	0,700743	0,385953	0,9816482	0,103168	6,1205934	0,6432543
Тело 1 и тело 2					9,5618294	-0,690079
$i = 0$	0	0	0,9	0	0,0121455	0
$i = 1$	-0,05716	-0,07477	0,8885503	-0,03436	0,0114249	-0,000442
$i = 2$	-0,10286	-0,15765	0,8784626	-0,07573	0,0109532	-0,000944
$i = 3$	-0,13452	-0,24825	0,8709212	-0,12311	0,0107684	-0,001522
$i = 4$	-0,14977	-0,3454	0,8671108	-0,17401	0,0109284	-0,002193
$i = 5$	-0,14699	-0,44704	0,8678151	-0,22457	0,0115169	-0,002980
$i = 6$	-0,12573	-0,55053	0,8730642	-0,27059	0,0126608	-0,003924
$i = 7$	-0,08687	-0,65307	0,8820957	-0,30881	0,0145863	-0,005106
$i = 8$	-0,03235	-0,75225	0,8936691	-0,33773	0,0177924	-0,006724
$j = 1$	0,066205	0,066896	0,9118716	0,027519	0,013097	0,000395
$j = 2$	0,139393	0,1265	0,9235324	0,048994	0,014282	0,000758
$j = 3$	0,217908	0,179553	0,934614	0,065433	0,0157261	0,001101
$j = 4$	0,300464	0,22683	0,9449365	0,077827	0,0174868	0,001440
$j = 5$	0,386083	0,269061	0,9544394	0,087037	0,0196698	0,001794
$j = 6$	0,474026	0,306907	0,9631315	0,093772	0,0224678	0,002187
$j = 7$	0,563739	0,34095	0,971058	0,098594	0,0262572	0,002666
$j = 8$	0,654805	0,371687	0,9782804	0,101939	0,0318835	0,003322
Нить 3					0,2736473	-0,010172
Тело 1, тело 2 и нить 3					9,8354767	-0,700351

В результате числового расчета было получено, что в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1p} замкнутая система тел 1 и 2 и нити 3 имеет проекцию импульса на ось O_1x_1 , равную **7,1214557** $\cdot \boldsymbol{c_1} \cdot \boldsymbol{M_0}$, и проекцию импульса на ось O_1y_1 , равную $\mathbf{0}$.

А в неподвижной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1h} замкнутая система тел 1 и 2 и нити 3 имеет проекцию импульса на ось O_1x_1, равную **9,8354767**$\cdot$ $\boldsymbol{c_1} \cdot \boldsymbol{M_0}$, и проекцию импульса на ось O_1y_1 , равную **-0,700351**$\cdot$ $\boldsymbol{c_1} \cdot \boldsymbol{M_0}$.

В итоге имеем нарушение закона сохранения импульса для замкнутой механической системы тел, т.к. 7,1214557 ≠ 9,8354767 и 0 ≠ -0,700351.

Причем учет массы нити 3 в расчете импульса системы тел 1 и 2 и нити 3 приводит к усугублению нарушения закона сохранения импульса.

В неподвижной инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в случае, когда коэффициент пропорциональности $\gamma_V \neq 1$ (также и $\gamma_v \neq 1$), импульс замкнутой системы тел 1 и 2 и нити 3 является не постоянной величиной, а функцией от времени t_1 .

9. Заключение

В заключение можно отметить, что использование специальной теории относительности при рассмотрении отдельных примеров (примеры 1 и 2) может привести к невыполнению закона сохранения импульса для замкнутой механической системы в инерциальной системе отсчета.

Учитывая, что закон сохранения импульса связан с однородностью пространства, можно предположить, что невыполнение закона сохранения импульса приведет к невыполнению условия симметрии пространства и времени, на котором строится специальная теория относительности.

Результаты, полученные при рассмотрении примеров 1 и 2, показывают, что если верен закон сохранения импульса, то необходимо дорабатывать специальную теорию относительности, или если верна специальная теория относительности, то, следовательно, неверен закон сохранения импульса – возможно изменение импульса замкнутой системы во времени в инерциальных системах отсчета.

Автор выражает благодарность за помощь и поддержку профессорам Hartwig W. Thim (Johannes Kepler University, Austria), Thalanayar S. Santhanam (Saint Louis University, USA), David A. Van Baak (Calvin College, USA), Sverker Fredriksson (Royal Institute of Technology, Sweden), Artru Xavier (Université Claude-Bernard, France), Dogan Demirhan (Ege University, Turkey), Murat Tanisli (Anadolu University, Turkey), A. K. Hariri (University of Aleppo, Syria), Eugenio Ley (Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico), Jorge Zuluaga (Universidad de Antioquia, Colombia), докторам Hajime Takami (University of Tokyo, Japan), Emmanuel T. Rodulfo (De La Salle University, Philipines), Michael H. Brill (associate editor of «Physics Essays», USA).

Список литературы

1. Брумберг В.А., Релятивистская небесная механика, Наука, Москва (1972).
2. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Справочник по физике, Наука, Москва (1980).
3. Тейлор Э.Ф., Уилер Дж. А., Физика пространства-времени, Мир, Москва (1971).
4. Терлецкий Я.П., Парадоксы теории относительности, Наука, Москва (1966).
5. Матвеев А.Н., Механика и теория относительности, ОНИКС 21 век, Мир и образование, Москва (2003).
6. Эйнштейн А., Сущность теории относительности, Издательство иностранной литературы, Москва (1955).
7. Эйнштейн А.О специальной и общей теории относительности (общедоступное изложение), Государственное издательство Москва, Москва (1922).
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е.М. Теория поля, Наука, Москва (1988).
9. Паули В. Теория относительности, Наука, Москва (1983).
10. Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике, Наука, Москва (1972).
11. Пеннер Д.И., Угаров В.А., Электродинамика и специальная теория относительности, Просвещение, Москва (1980).
12. Логунов А.А., Анри Пуанкаре и теория относительности, Наука, Москва (2004).
13. Эддингтон А.С., Теория относительности, Государственная технико-теоретическое издательство Ленинград, Москва (1934).
14. Бергман П.Г., Введение в теорию относительности, Государственное издательство

иностранной литературы, Москва (1947).

15. Aharoni J., The special theory of relativity, At the clarendon press, Oxford (1965).

16.Окунь Л.Б., УФН **158** 7 (1989).

17. Логунов А.А., Лекции по теории относительности и гравитации, Наука, Москва (1987).

18. Мёллер К., Теория относительности, Атомиздат, Москва (1975).

19. Бейзер А. Основные представления современной физики, Атомиздат, Москва (1973).

20. Борн М., Эйнштейновская теория относительности, Мир, Москва (1972).

21. Бом Д., Специальная теория относительности, Мир, Москва (1967).

22. Дьюрелл К., Азбука теории относительности, Мир, Москва (1970).

23. Жуков А.И., Введение в теорию относительности, Государственное издательство физико-математической литературы, Москва (1961).

24. Кочетков В,Н., Актуальные проблемы современной науки ISSN1680-2721 **1** (2007).

25. Неванлинна Р., Пространство, время и относительность, Мир, Москва (1966).

Автор В.Н. Кочетков

Автор - Кочетков Виктор Николаевич.

Телефоны: домашний 420-06-70, рабочий 631-84-75,

сотовый 8-915-210-58-88).

E-mail: VNKochetkov@gmail.com .

E-mail: VNKochetkov@rambler.ru .

Сайт: http://www.matphysics.ru .

Главный специалист Федерального государственного унитарного предприятия «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры» (ФГУП «ЦЭНКИ») (почтовый адрес: 107996, г. Москва, ул. Щепкина, д. 42, тел. 631-82-89, факс. 631-93-24, E-mail: tsenki@roscosmos.ru).

Название статьи: «Использование закона сохранения импульса для определения константы в специальной теории относительности».

Количество страниц – 33.

Количество рисунков – 6.

Количество таблиц – 2.

Краткая аннотация статьи:

В статье делается попытка использования закона сохранения импульса замкнутой системы для определения значения постоянной величины в преобразованиях координат и времени в инерциальных системах отсчета.

Using the law of conservation of momentum for determine the constant in the special theory of relativity

Использование закона сохранения импульса для определения константы в специальной теории относительности

V.N. Kochetkov

В.Н. Кочетков

Federal state unitary enterprise "Center for exploitation of space ground-based infrastructure facilities", Federal space agency, St. Shchepkina 42, 107996 Moscow, Russian Federation

Tel. (8-495) 631-84-75. E-mail: VNKochetkov@gmail.com

Федерального государственного унитарного предприятия «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры», Федеральное космическое агентство, ул. Щепкина 42, 107996 Москва, Российская федерация

Тел. (8-495) 631-84-75. E-mail: VNKochetkov@gmail.com

This article attempts to use the law of conservation of momentum of a closed system for determining the value of the constant in the transformation of coordinates and time in inertial reference systems.

В статье делается попытка использования закона сохранения импульса замкнутой системы для определения значения постоянной величины в преобразованиях координат и времени в инерциальных системах отсчета.

PACS number: **03.30.+p**

Библиография – 25 изданий

Bibliography - 25 references