Специальная теория относительности: определение зависимости импульса замкнутой системы тел от времени

Кочетков Виктор Николаевич
главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры» (ФГУП «ЦЭНКИ»)
vnkochetkov@gmail.com
vnkochetkov@rambler.ru
http://www.matphysics.ru

В статье делается попытка показать на конкретном примере, что применение специальной теории относительности при рассмотрении движения замкнутой механической системы тел в инерциальных системах отсчета может привести к тому, что импульс замкнутой системы будет функцией времени.

PACS number: **03.30.+p**

Содержание

1. Введение

В специальной теории относительности зависимость массы точечного тела от скорости его движения определена из условия обязательности выполнения законов сохранения импульса и энергии для замкнутой системы тел, взаимодействие которых носит мгновенный характер.

В статье предлагается использовать в качестве примера замкнутую механическую систему тел, взаимодействие которых носит постоянный характер, для подтверждения применимости закона сохранения импульса в случае использования специальной теории относительности.

2. Описание замкнутой механической системы тел

Для рассмотрения возьмем простейшую замкнутую механическую систему тел, испытывающих постоянное взаимодействие.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис.1 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы $M_о$ в состоянии покоя, и нити 3.

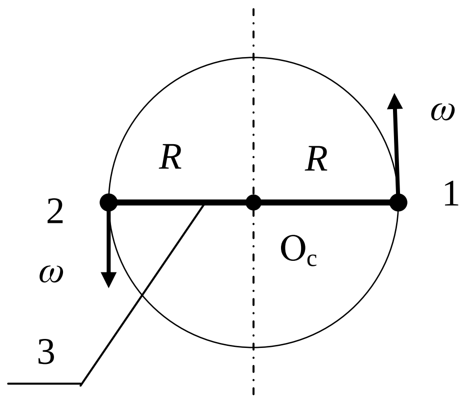

Рис.1

Тела 1 и 2 соединены нитью 3, имеющей равномерно распределенную по длине массу $m_о$ в состоянии покоя.

Тела 1 и 2 вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс - точки O_c.

Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки O_c равно R.

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и

2 с нитью 3 в инерциальную систему отсчета Oxyz таким образом, чтобы точка O_c была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат O, а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы против часовой стрелке в плоскости Oxy, как показано на рис.2.

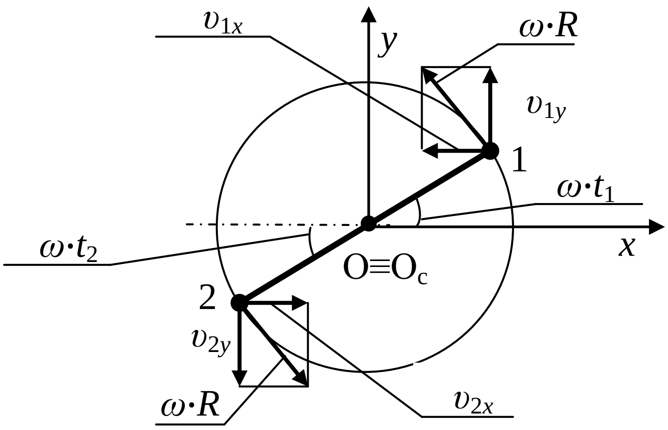

Рис.2

Также допустим, что в момент начала отсчета времени (t=0) в системе отсчета Oxyz тела 1 и 2 находились на оси Ox , причем тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

В системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$:

- тело 1 имеет координаты x_1 и y_1 и проекции υ_{1x} и υ_{1y} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от времени t_1 :

$$x_1 = R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \quad (1)$$

$$y_1 = R \cdot \sin(\omega \cdot t_1) \quad (2)$$

$$v_{1x} = -[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] \quad (3)$$

$$v_{1y} = [\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)] \quad (4)$$

- тело 2 имеет координаты x_2 и y_2 и проекции υ_{2x} и υ_{2y} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от времени t_2 :

$$x_2 = -[R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (5)$$

$$y_2 = -[R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] \quad (6)$$

$$v_{2x} = \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \quad (7)$$

$$v_{2y} = -[\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \quad (8)$$

Введем еще одну инерциальную системы отсчета O'x'y'z', показанную на рис.3.

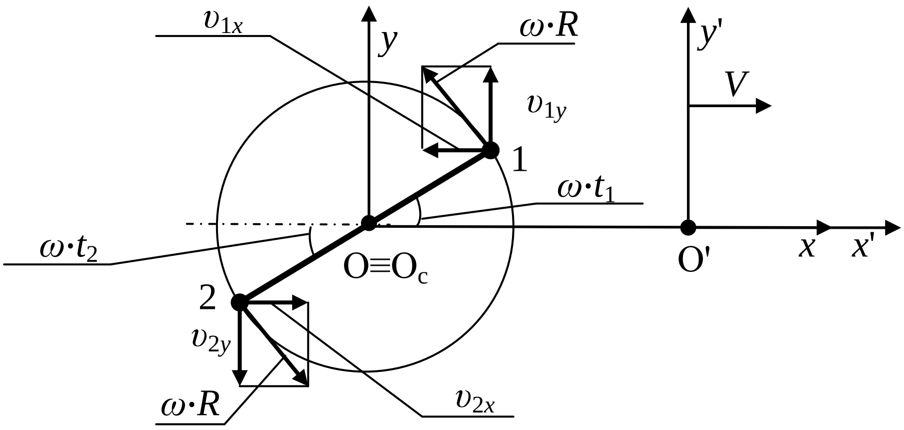

Рис.3

Допустим, что у инерциальных систем отсчета Oxyz и O'$x'y'z'$:

- сходные оси декартовых координат попарно параллельны и одинаково направлены;

- система O'$x'y'z'$ движется относительно системы Oxyz с постоянной скоростью V вдоль оси Ox;

- в качестве начала отсчета времени (t=0 и t'=0) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O и O' этих систем совпадали.

Опираясь на преобразования Лоренца и преобразования скоростей [1] можно записать:

- связь между координатами x'_1 и y'_1 тела 1 в момент времени t'_1 в системе отсчета O'$x'y'z'$ и координатами x_1 и y_1 тела 1 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_1, соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$x'_1 = \frac{x_1 - (V \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (9)$$

$$y'_1 = y_1 \qquad (10)$$

- связь между моментом времени t'_1 в системе отсчета O'$x'y'z'$ и моментом времени t_1 в системе отсчета Oxyz, соответствующим моменту времени t'_1 в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$t'_1 = \frac{t_1 - \dfrac{V \cdot x_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_1 - \dfrac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \qquad (11)$$

- связь между проекциями v'_{x1} и v'_{y1} на оси декартовых координат скорости движения v'_1 тела 1 в момент времени t'_1 в системе отсчета O'$x'y'$z' и проекциями v_{x1} и v_{y1} на оси декартовых координат скорости движения v_1 тела 1 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_1, соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета O'$x'y'$z':

$$v'_{x1} = \frac{v_{x1} - V}{1 - \dfrac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = -\frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V}{1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \qquad (12)$$

$$v'_{y1} = \frac{v_{y1} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 - \dfrac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = \frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \cdot \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \qquad (13)$$

причем:

$$v'^{\,2}_1 = v'^{\,2}_{x1} + v'^{\,2}_{y1} =$$

$$= \frac{\left\{1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \dfrac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \qquad (14)$$

- связь между координатами x'_2 и y'_2 тела 2 в момент времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z' и координатами x_2 и y_2 тела 2 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z':

$$x'_2 = \frac{x_2 - (V \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \qquad (15)$$

$$y'_2 = y_2 \qquad (16)$$

- связь между моментом времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z' и моментом времени t_2 в системе отсчета Oxyz, соответствующим моменту времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z':

$$t'_2 = \frac{t_2 - \dfrac{V \cdot x_2}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_2 + \dfrac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}} \qquad (17)$$

- связь между проекциями v'_{x2} и v'_{y2} на оси декартовых координат скорости движения v'_2 тела 2 в момент времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z' и проекциями v_{x2} и v_{y2} на оси декартовых координат скорости движения v_2 тела 2 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z':

$$v'_{x2} = \frac{v_{x2} - V}{1-\dfrac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = \frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V}{1-\dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \qquad (18)$$

$$v'_{y2} = \frac{v_{y2} \cdot \sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}{1-\dfrac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = -\frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \cdot \sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}{1-\dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \qquad (19)$$

причем:

$$v'^2_2 = v'^2_{x2} + v'^2_{y2} =$$

$$= \frac{\left\{1-\dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1-\dfrac{V^2}{c^2}\right)\cdot\left(1-\dfrac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1-\dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \qquad (20)$$

Для рассмотрения нить 3 в состоянии покоя условно разделим на 2·n равных частей с размещением в центре каждой части точечного тела с массой покоя $m_{0\mathrm{n}}$, равной:

$$m_{0\mathrm{n}} = \frac{m_0}{2 \cdot \mathrm{n}} \qquad (21)$$

Точки нити 3, находящиеся на отрезке от точки O_c до тела 1, обозначим как i-тые точки (i = 0, 1, 2, 3, … n), а точки нити 3, расположенные на отрезке от точки O_c до тела 2, обозначим как j-тые точки (j = 0, 1, 2, 3, … n).

При этом расстояние R_i от точки O_c до i-той точки нити 3 примем:

$$R_i = R \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot n} + \frac{i-1}{n}\right) \qquad (22)$$

А расстояние R_j от точки O_c до j-той точки нити 3 примем:

$$R_j = R \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot n} + \frac{j-1}{n}\right) \qquad (23)$$

В системе отсчета Оxyz :

- i-тая точки нити 3 имеет координаты x_{1i} и y_{1i} и проекции v_{1xi} и v_{1yi} скорости на оси Оx и Оy соответственно в зависимости от времени t_{1i}:

$$x_{1i} = R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i}) \qquad (24)$$

$$y_{1i} = R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i}) \qquad (25)$$

$$v_{1xi} = -[\omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})] \qquad (26)$$

$$v_{1yi} = [\omega \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})] \qquad (27)$$

- j-тая точки нити 3 имеет координаты x_{2j} и y_{2j} и проекции v_{2xj} и v_{1yj} скорости на оси Оx и Оy соответственно в зависимости от времени t_{2j}:

$$x_{2j} = -R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j}) \qquad (28)$$

$$y_{2j} = -R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j}) \qquad (29)$$

$$v_{2xj} = \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j}) \qquad (30)$$

$$v_{2yj} = -[\omega \cdot R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j})] \qquad (31)$$

Аналогично используя преобразования Лоренца и преобразования скоростей [1] можно записать:

- связь между координатами x'_{1i} и y'_{1i} i-той точки нити 3 в момент времени t'_{1i} в системе отсчета О'$x'y'z'$ и координатами x_{1i} и y_{1i} i-той точки нити 3 в системе отсчета Оxyz в момент времени t_{1i}, соответствующий моменту времени t'_{1i} в системе отсчета О'$x'y'z'$:

$$x'_{1i} = \frac{x_{1i} - (V \cdot t_{1i})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (32)$$

$$y'_{1i} = y_{1i} \qquad (33)$$

- связь между моментом времени t'_{1i} в системе отсчета О'$x'y'z'$ и моментом времени t_{1i} в системе отсчета Оxyz, соответствующим моменту времени t'_{1i} в системе отсчета О'$x'y'z'$:

$$t'_{1i} = \frac{t_{1i} - \frac{V \cdot x_{1i}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_{1i} - \frac{V \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (34)$$

- связь между проекциями v'_{x1i} и v'_{y1i} на оси декартовых координат скорости движения v'_{1i} i-той точки нити 3 в момент времени t'_{1i} в системе отсчета O'$x'y'z'$ и проекциями v_{x1i} и v_{y1i} на оси декартовых координат скорости движения v_{1i} i-той точки нити 3 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_{1i}, соответствующий моменту времени t'_{1i} в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$v'_{x1i} = \frac{v_{x1i} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x1i}}{c^2}} = - \frac{[\omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})] + V}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}} \qquad (35)$$

$$v'_{y1i} = \frac{v_{y1i} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1i}}{c^2}} = \frac{\omega \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i}) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}} \qquad (36)$$

причем:

$$v'_{1i}{}^2 = v'_{x1i}{}^2 + v'_{y1i}{}^2 =$$

$$= \frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R_i{}^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \qquad (37)$$

- связь между координатами x'_{2j} и y'_{2j} j-той точки нити 3 в момент времени t'_{2j} в системе отсчета O'$x'y'z'$ и координатами x_{2j} и y_{2j} j-той точки нити 3 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_{2j}, соответствующий моменту времени t'_{2j} в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$x'_{2j} = \frac{x_{2j} - (V \cdot t_{2j})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (38)$$

$$y'_{2j} = y_{2j} \qquad (39)$$

- связь между моментом времени t'_{2j} в системе отсчета O'$x'y'z'$ и моментом времени t_{2j} в системе отсчета Oxyz, соответствующим моменту времени t'_{2j} в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$t'_{2j} = \frac{t_{2j} - \frac{V \cdot x_{2j}}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_{2j} + \frac{V \cdot R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad (40)$$

- связь между проекциями v'_{x2j} и v'_{y2j} на оси декартовых координат скорости движения v'_{2j} j-той точки нити 3 в момент времени t'_{2j} в системе отсчета O'$x'y'$z' и проекциями v_{x2j} и v_{y2j} на оси декартовых координат скорости движения v_{2j} j-той точки нити 3 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_{2j}, соответствующий моменту времени t'_{2j} в системе отсчета O'$x'y'$z':

$$v'_{x2j} = \frac{v_{x2j} - V}{1-\frac{V \cdot v_{x2j}}{c^2}} = \frac{[\omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})] - V}{1-\frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}} \quad (41)$$

$$v'_{y2j} = \frac{v_{y2j} \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{V \cdot v_{x2j}}{c^2}} = -\frac{\omega \cdot R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j}) \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}} \quad (42)$$

причем:

$$v'^{\,2}_{2j} = v'^{\,2}_{x2j} + v'^{\,2}_{y2j} =$$

$$= \frac{\left\{1-\frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\cdot\left(1-\frac{\omega^2 \cdot R_j^{\,2}}{c^2}\right)\right]}{\left\{1-\frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \quad (43)$$

3. Получение уравнения импульса системы

Используя зависимость массы движущегося тела от его скорости движения [1], можем записать следующие формулы:

- формулы для проекций P'_{x1} и P'_{y1} на оси декартовых координат импульса P'_1 тела 1 в системе отсчета O'$x'y'$z' в момент времени t'_1 , соответствующий моменту времени t_1 в системе отсчета Oxyz :

$$P'_{x1} = \frac{v'_{x1} \cdot M_0}{\sqrt{1-\frac{v'^{\,2}_1}{c^2}}} = -\frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V\}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (44)$$

$$P'_{y1} = = \frac{v'_{y1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_1}^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (45)$$

$$P'^2_1 = P'^2_{x1} + P'^2_{y1} = M_0^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1 \right] \qquad (46)$$

- формулы для проекций P'_{x2} и P'_{y2} на оси декартовых координат импульса P'_2 тела 2 в системе отсчета O'$x'y'z'$ в момент времени t'_2 , соответствующий моменту времени t_2 в системе отсчета Oxyz :

$$P'_{x2} = \frac{v'_{x2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_2}^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (47)$$

$$P'_{y2} = \frac{v'_{y2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_2}^2}{c^2}}} = -\frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (48)$$

$$P'^2_2 = P'^2_{x2} + P'^2_{y2} = M_0^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1 \right] \qquad (49)$$

- формулы для проекций P'_{x1i} и P'_{y1i} на оси декартовых координат импульса P'_{1i} i-той точки нити 3 в системе отсчета O'$x'y'z'$ в момент времени t'_{1i} , соответствующий моменту времени t_{1i} в системе отсчета Oxyz:

$$P'_{x1i} = \frac{v'_{x1i} \cdot m_{0\text{n}}}{\sqrt{1 - \frac{{v'_{1i}}^2}{c^2}}} = -\frac{m_{0\text{n}} \cdot \{[\omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})] + V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R_i^2}{c^2}}} \qquad (50)$$

$$P'_{y1i} = = \frac{v'_{y1i} \cdot m_{0\text{n}}}{\sqrt{1 - \frac{{v'_{1i}}^2}{c^2}}} = \frac{m_{0\text{n}} \cdot \omega \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R_i^2}{c^2}}} \qquad (51)$$

$$P'^2_{1i} = P'^2_{x1i} + P'^2_{y1i} = m_{0\text{n}}^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R_i^2}{c^2}\right)} - 1 \right] (52)$$

- формулы для проекций P'_{x2j} и P'_{y2j} на оси декартовых координат импульса P'_{2j} j-той точки нити 3 в системе отсчета O'$x'y'z'$ в момент времени t'_{2j} , соответствующий моменту времени t_{2j} в системе отсчета Oxyz:

$$P'_{x2j} = \frac{v'_{x2j} \cdot \ m_{0n}}{\sqrt{1-\frac{{v'_{2j}}^2}{c^2}}} = \frac{m_{0n} \ \cdot \{[\omega \ \cdot R_j \ \ \cdot \sin(\omega \ \cdot \ t_{2j})] - V\}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1-\frac{\omega^2 \ \cdot {R_j}^2}{c^2}}} \qquad (53)$$

$$P'_{y2j} = \frac{v'_{y2j} \cdot \ m_{0n}}{\sqrt{1-\frac{{v'_{2j}}^2}{c^2}}} = -\frac{m_{0n} \ \cdot \ \omega \ \cdot R_j \ \ \cdot \cos(\omega \ \cdot \ t_{2j})}{\sqrt{1-\frac{\omega^2 \ \cdot {R_j}^2}{c^2}}} \qquad (54)$$

$${P'_{2j}}^2 = {P'_{x2j}}^2 + {P'_{y2j}}^2 = {m_{0n}}^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1-\frac{V \cdot \omega \cdot R_j \ \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}\right\}^2}{\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1-\frac{\omega^2 \ \cdot {R_j}^2}{c^2}\right)} - 1\right] \qquad (55)$$

Для определения величины импульса системы тел 1 и 2 и нити 3 в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t' необходимо, чтобы моменты времени t'_1, t'_2, t'_{1i} , и t'_{2j} были равны между собой и равны t', т.е.:

$$t' = t'_1 = t'_2 = t'_{1i} = t'_{2j} = \frac{t_1 - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{t_2 + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_{1i} \ - \frac{V \ \cdot R_i \ \cdot \cos(\omega \ \cdot \ t_{1i})}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{t_{2j} + \frac{V \ \cdot R_j \cdot \cos(\omega \ \cdot \ t_{2j})}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad (56)$$

Учитывая, что система отсчета O'x'y'z' является инерциальной, можно записать следующие формулы для проекций P'_x и P'_y на оси декартовых координат импульса P' замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, для момента времени t' в системе отсчета O'x'y'z':

$$P'_x = P'_{x1} + P'_{x2} + \sum_{1}^{i=n} P'_{x1i} + \sum_{1}^{j=n} P'_{x2j} \qquad (57)$$

$$P'_y = P'_{y1} + P'_{y2} + \sum_{1}^{i=n} P'_{y1i} + \sum_{1}^{j=n} P'_{y2j} \qquad (58)$$

$$P'^2 = {P'_1}^2 + {P'_2}^2 + \sum_{1}^{i=n} {P'_{1i}}^2 + \sum_{1}^{j=n} {P'_{2j}}^2 \qquad (59)$$

4. Результаты расчета числового примера

Для получения наглядного изображения зависимости импульса P' замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, от времени t' в системе отсчета O'$x'y'z'$ можно рассмотреть числовой пример, введя следующие исходные данные:

$$\frac{V}{c} = 0{,}9 \qquad (60)$$

$$\frac{\omega \cdot R}{c} = 0{,}8 \qquad (61)$$

$$\frac{m_0}{M_0} = 0{,}1 \qquad (62)$$

$$n = 10 \qquad (63)$$

Расчет можно провести по следующей схеме:

- задавая значения момента времени t' и используя формулу (56), определять значения моментов времени t_1, t_2, t_{1i} и t_{2j};

- далее определять значения проекций P'_{x1} и P'_{y1} импульса P'_1 тела 1 (формулы (44) и (45)), проекций P'_{x2} и P'_{y2} импульса P'_2 тела 2 (формулы (47) и (48)), проекций P'_{x1i} и P'_{y1i} импульса P'_{1i} i-тых точек нити 3 (формулы (50) и (51)), проекций P'_{x2j} и P'_{y2j} импульса P'_{2j} j-тых точек нити 3 (формулы (53) и (54)) для различных моментов времени t';

- затем для различных моментов времени t' определить значения проекций P'_x и P'_y импульса P' системы тел 1 и 2 и нити 3 (формулы (57) и (58)), абсолютной величины $|P'|$ импульса P' с учетом формулы (59), а также угла α' между направлением вектора импульса P' и осью O'x', определяемое по формуле:

$$\alpha' = arctg\left(\frac{P'_y}{P'_x}\right) \quad (64)$$

Результаты расчета приведены в графиках:

- график зависимости величины проекции P'_x импульса P' системы тел 1 и 2 и нити 3 от величины времени t' (с учетом и без учета массы нити 3), изображенный на рис.4;

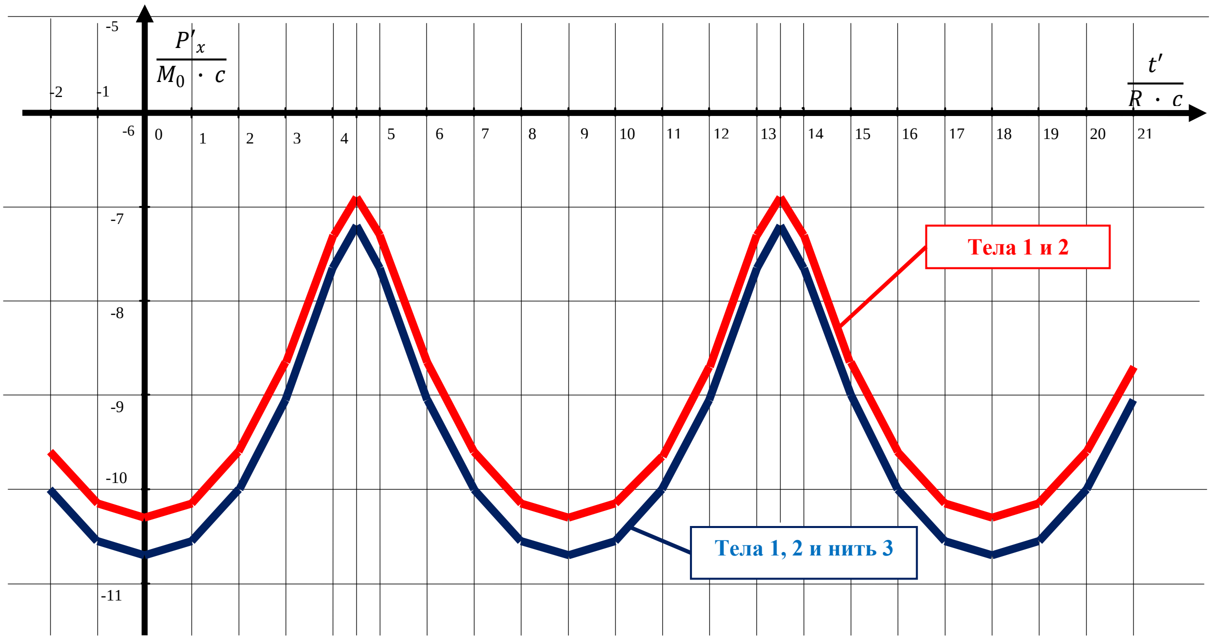

Рис.4

- график зависимости величины проекции P'_y импульса P' системы тел 1 и 2 и нити 3 от величины времени t' (с учетом и без учета массы нити 3), изображенный на рис.5;

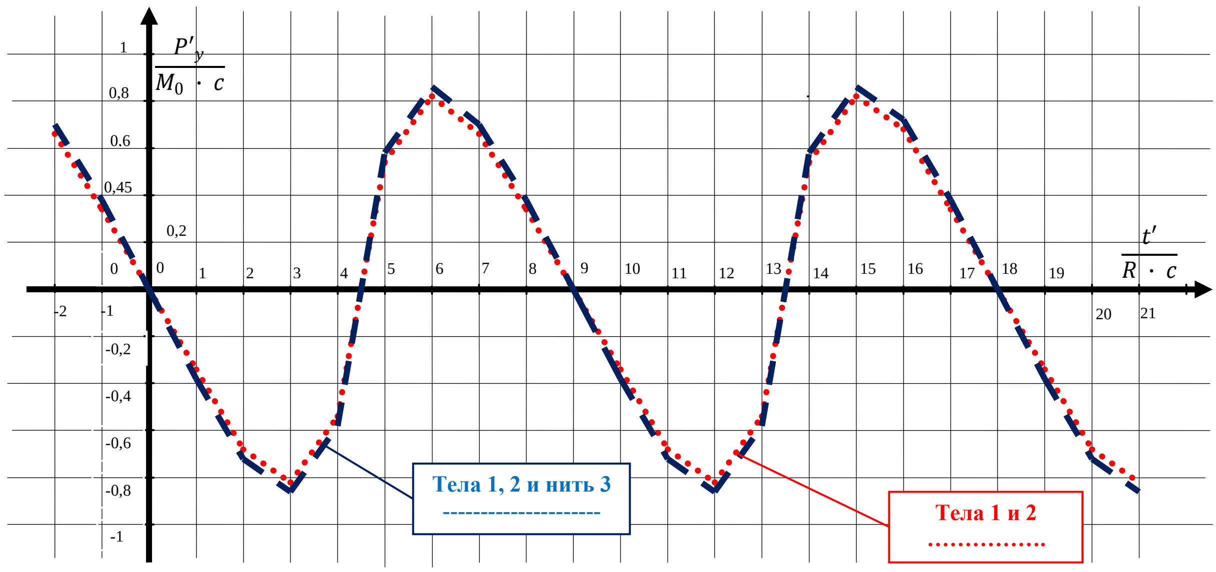

Рис.5

- график зависимости абсолютной величины |*P*'| импульса *P*' системы тел 1 и 2 и нити 3 от величины времени *t*' (с учетом и без учета массы нити 3), изображенный на рис.6;

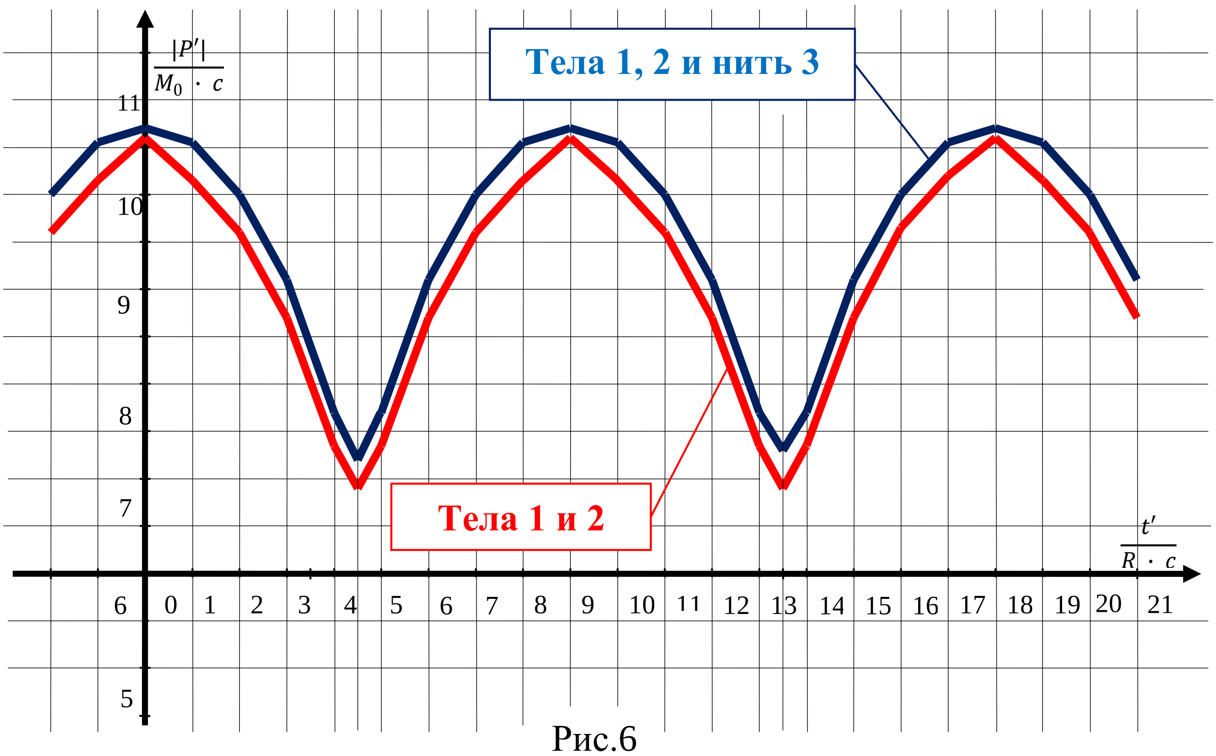

Рис.6

- график зависимости величины угла α' между направлением вектора импульса *P*' системы тел 1 и 2 и нити 3 и осью O'*x*' от величины времени *t*' (с учетом и без учета массы нити 3), изображенный на рис.7;

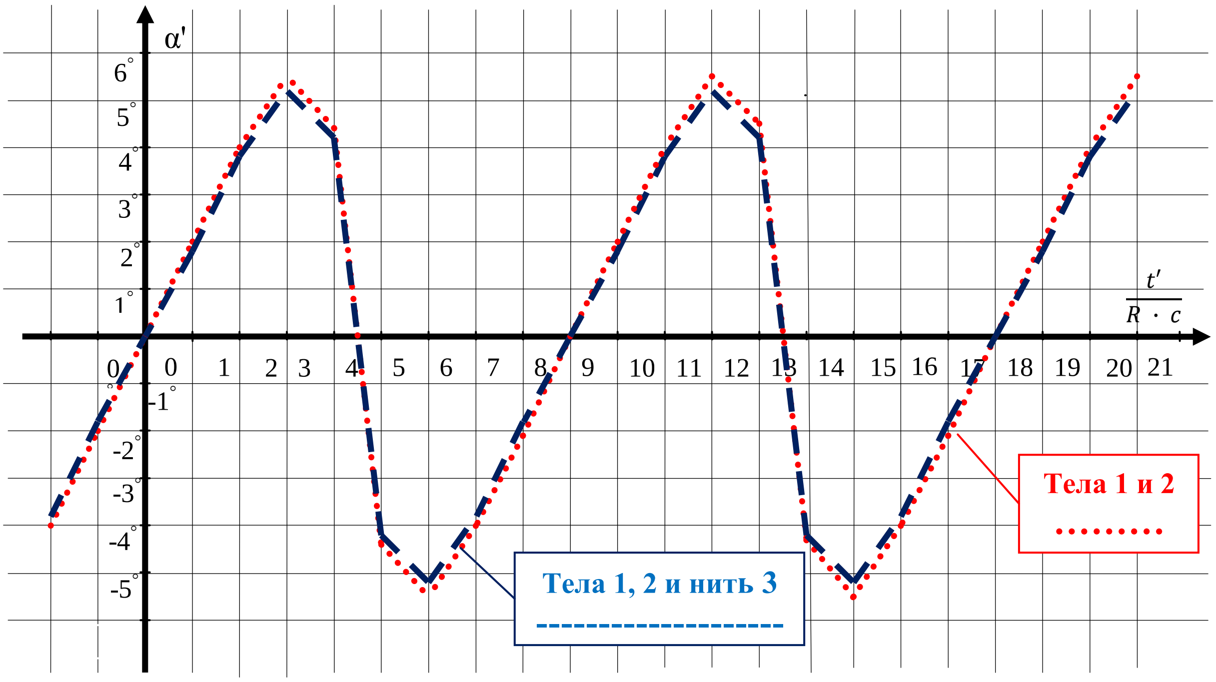

Рис.7

- графики зависимости величин проекций P'_{x3} и P'_{y3} импульса P'_3 нити 3 от величины времени t', график зависимости абсолютной величины $|P'_3|$ импульса P'_3 нити 3 от величины времени t', изображенные на рис.8.

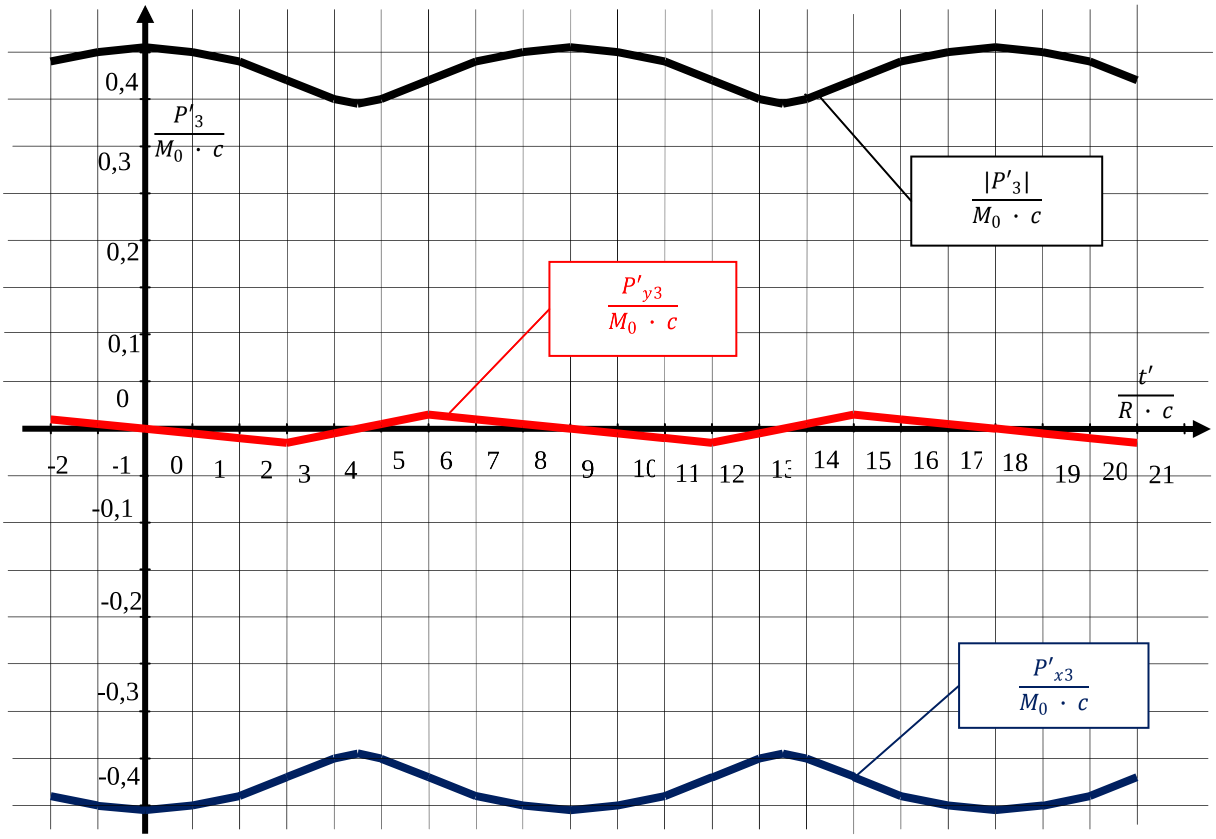

Рис.8

В результате расчета было получено, что использование специальной теории относительности приводит к тому, что в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' замкнутая механическая система тел 1 и 2 и нити 3 имеет переменный во времени t' по абсолютной величине и направлению вектор импульса P' (т.е. импульс P' этой замкнутой системы является функцией времени t'), что противоречит закону сохранения импульса.

В итоге можно сделать вывод, что в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' применение специальной теории относительности при описании движения замкнутой механической системы тел, рассматриваемой в данном примере, приводит к невыполнению закона сохранения импульса.

5. Заключение

В заключение можно отметить, что использование специальной теории относительности при рассмотрении отдельных примеров может привести к невыполнению закона сохранения импульса замкнутой механической системы в инерциальных системах отсчета.

Автор выражает искреннюю благодарность за помощь и поддержку доктору Michael H. Brill (ассоциированному редактору журнала «Physics Essays», США).

Список литературы

1. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Справочник по физике, Наука, Москва (1980).

Автор В.Н. Кочетков

E-mail: VNKochetkov@gmail.com .

E-mail: VNKochetkov@rambler.ru .

Сайт: http://www.matphysics.ru .